***15(i).** $x^3+px^2+qx+r=0$ সমীকরণের মূলত্রয় α,β,γ হলে, $\sum\alpha^2=\alpha^2+\beta^2+\gamma^2$ এর মান নির্ণয় কর।

(ii). $x^3+ax^2+bx+c=0$ সমীকরণের মূলত্রয় α,β,γ হলে, $\sum\alpha^3$ এর মান নির্ণয় কর।

(iii). $x^3+px+r=0$ সমীকরণের মূলত্রয় a,b,c হলে, $\sum(\mathrm{b}-\mathrm{c})^2$ এর মান নির্ণয় কর।

(iv). $3x^3-2x^2+1=0$ সমীকরণের মূলত্রয় α,β,γ হলে, $\sum\alpha^2\beta$ এর মান নির্ণয় কর।

(v). $f(x)=x^3+2x^2+x+3=0$ বহুপদীর সমীকরণের মূলত্রয় α,β,γ হলে $\sum\alpha^3$ এর মান নির্ণয় কর। **(C-19)**

(vi). $P(x)=mx^3+qx+r=0$ সমীকরণের মূলগুলি α,β,γ হলে $\sum\alpha^3$ নির্ণয় কর। **(Dj-19)**

(i).সমাধানঃ মনে করি, $x^3+px^2+qx+r=0$ সমীকরণের মূলত্রয় α,β,γ হলে,

$\therefore\alpha+\beta+\gamma=-p$

$\therefore\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha=q$

এবং $\alpha\beta\gamma=-r$

এখন,

$(\alpha+\beta+\gamma)^2=\alpha^2+\beta^2+\gamma^2+2(\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha)$

$\therefore\alpha^2+\beta^2+\gamma^2=(\alpha+\beta+\gamma)^2-2(\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha)$

$\therefore\alpha^2+\beta^2+\gamma^2=(-p)^2-2q$

$\therefore\alpha^2+\beta^2+\gamma^2=p^2-2q$

(ii). সমাধানঃ মনে করি, $x^3+ax^2+bx+c=0$ সমীকরণের মূলত্রয় α,β,γ হলে,

$\therefore\alpha+\beta+\gamma=-a,\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha=b,\alpha\beta\gamma=-c$

এখন, $\sum\alpha^3=(\alpha^3+\beta^3+\gamma^3)$

$=(\alpha^3+\beta^3+\gamma^3-3\alpha\beta\gamma)+3\alpha\beta\gamma$

$=(\alpha+\beta+\gamma)(\alpha^2+\beta^2+\gamma^2-\alpha\beta-\beta\gamma-\gamma\alpha)+3\alpha\beta\gamma$

$=(\alpha+\beta+\gamma)\{(\alpha+\beta+\gamma)^2-2\alpha\beta$

$-2\beta\gamma-2\gamma\alpha-\alpha\beta-\beta\gamma-\gamma\alpha)\}+3\alpha\beta\gamma$

$=(\alpha+\beta+\gamma)\{(\alpha+\beta+\gamma)^2$

$-3\alpha\beta-3\beta\gamma-3\gamma\alpha\}+3\alpha\beta\gamma$

$=(\alpha+\beta+\gamma)\{(\alpha+\beta+\gamma)^2-3(\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha)\}+3\alpha\beta\gamma$

$=-a\{(-a)^2-3b\}+3(-c)$

$=-a(a^2-3b)-3c$

$=-a^3+3ab-3c$

$=3ab-a^3-3c$

(iii). সমাধানঃ মনে করি, $x^3+px+r=0$ **সমীকরণের মূলত্রয়** a,b,c **হলে,**

$\therefore a+b+c=0,ab+bc+ca=p,abc=-r$

এখন, $(\mathrm{b}-\mathrm{c})^2+(\mathrm{c}-\mathrm{a})^2+(\mathrm{a}-\mathrm{b})^2$

$=\mathrm{b}^2-2\mathrm{bc}+\mathrm{c}^2+\mathrm{c}^2-2\mathrm{ca}+\mathrm{a}^2+\mathrm{a}^2-2\mathrm{ab}+\mathrm{b}^2$

$=2\mathrm{a}^2+2\mathrm{b}^2+2\mathrm{c}^2-2\mathrm{bc}-2\mathrm{ca}-2\mathrm{ab}$

$=2(\mathrm{a}^2+\mathrm{b}^2+\mathrm{c}^2)-2(\mathrm{bc}+\mathrm{ca}+\mathrm{ab})$

$=2\{(\mathrm{a}+\mathrm{b}+\mathrm{c})^2-2(\mathrm{ab}+\mathrm{bc}+\mathrm{ca})\}-2(\mathrm{bc}+\mathrm{ca}+\mathrm{ab})$

$=2\{0^2-2p\}-2\mathrm{p}$

$=2(0-2p)-2\mathrm{p}$

$=2(-2p)-2\mathrm{p}$

$=-4p-2p$

$=-6p$

(iv).সমাধানঃ মনে করি, $3x^3-2x^2+1=0$ সমীকরণের মূলত্রয় α,β,γ হলে,

$\therefore\alpha+\beta+\gamma=-(-\frac{2}{3})=\frac{2}{3}$

$\therefore\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha=0$

এবং $\alpha\beta\gamma=-\frac{1}{3}$

এখন,

$\sum\alpha^2\beta=\alpha^2\beta+\beta^2\alpha+\beta^2\gamma+\gamma^2\beta+\gamma^2\alpha+\alpha^2\gamma$

$=(\alpha^2\beta+\beta^2\alpha+\alpha\beta\gamma)+(\beta^2\gamma+\gamma^2\beta+\alpha\beta\gamma)$

$+(\gamma^2\alpha+\alpha^2\gamma+\alpha\beta\gamma)-3\alpha\beta\gamma$

$=\alpha\beta(\alpha+\beta+\gamma)+\beta\gamma(\beta+\gamma+\alpha)$

$+\gamma\alpha(\gamma+\alpha+\beta)-3\alpha\beta\gamma$

$=(\alpha+\beta+\gamma)(\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha)-3\alpha\beta\gamma$

$=\frac{2}{3}\times0-3.(-\frac{1}{3})$

$=0+1$

$=1$