অনুশীলনী-(1.1-1.2)(ম্যাট্রিক্স):

Rana Hamid
Sr. Lecturer in Mathematics.
Mobile: 01681-717200

Shortcut Technic-01: AB নির্ণয়যোগ্য **(১ম ম্যাট্রিক্সের কলাম সংখ্যা ২য় ম্যাট্রিক্সের সারির সংখ্যার সমান)** হলে AB ম্যাট্রিক্সের ক্রম/মাত্রা=A ম্যাট্রিক্সের সারি সংখ্যা $\times$ B ম্যাট্রিক্সের কলাম সংখ্যা।

যেমনঃ A ও B ম্যাট্রিক্সের ক্রম যথাক্রমে $m\times p$ এবং $p\times n$ হলে AB ম্যাট্রিক্সের ক্রম হবে, $m\times n$

Shortcut Technic-02: AB অনির্ণয়যোগ্য **(১ম ম্যাট্রিক্সের কলাম সংখ্যা ২য় ম্যাট্রিক্সের সারির সংখ্যার সমান নয়)** হলে AB ম্যাট্রিক্সের ক্রম/মাত্রা নির্ণয় করা সম্ভব নয়।

যেমনঃ A ও B ম্যাট্রিক্সের ক্রম যথাক্রমে $m\times p$ এবং $q\times n$ হলে AB ম্যাট্রিক্সের ক্রম/মাত্রা নির্ণয় করা সম্ভব নয়।

Shortcut Technic-03: (AB)C নির্ণয়যোগ্য **(১ম ম্যাট্রিক্সের কলাম সংখ্যা ২য় ম্যাট্রিক্সের সারির সংখ্যার সমান)** হলে (AB)C ম্যাট্রিক্সের ক্রম/মাত্রা =A ম্যাট্রিক্সের সারি সংখ্যা $\times$ C ম্যাট্রিক্সের কলাম সংখ্যা।

যেমনঃ A, B ও C ম্যাট্রিক্সের ক্রম যথাক্রমে $4\times 5, 5\times 3$ এবং 3×2 হলে (AB)C ম্যাট্রিক্সের ক্রম হবে 4×2

*****4(i). যদি** $A=\begin{bmatrix}1 & 2 & 3\\ 4 & 5 & 6\end{bmatrix}$ **এবং** $B=\begin{bmatrix}0 & 2\\ 1 & 2\\ 0 & -1\end{bmatrix}$ **হয়, তবে প্রমাণ কর যে,** $AB\neq BA$**. (D-8)**

(ii). যদি $A=\begin{bmatrix}2 & 0 & -1\\ 5 & 1 & 0\\ 0 & 1 & 3\end{bmatrix}$ **এবং** $B=\begin{bmatrix}3 & -1 & 1\\ -15 & 6 & -5\\ 5 & -2 & 2\end{bmatrix}$ **হয়, তবে প্রমাণ কর যে,** $AB=BA$**. (D-5)**

(iii). যদি $A=\begin{bmatrix}1 & 0 & -2\\ 3 & -2 & -1\end{bmatrix}$ **এবং** $B=\begin{bmatrix}-1 & 3\\ 4 & 0\\ 2 & 6\end{bmatrix}$ **হয়,তবে প্রমাণ কর যে,** $AB\neq BA$

(i). সমাধানঃ দেওয়া আছে, $A=\begin{bmatrix}1 & 2 & 3\\ 4 & 5 & 6\end{bmatrix}$ **এবং** $B=\begin{bmatrix}0 & 2\\ 1 & 2\\ 0 & -1\end{bmatrix}$

$$\therefore AB=\begin{bmatrix}1 & 2 & 3\\ 4 & 5 & 6\end{bmatrix}\begin{bmatrix}0 & 2\\ 1 & 2\\ 0 & -1\end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix}1.0+2.1+3.0 & 1.2+2.2+3.(-1)\\ 4.0+5.1+6.0 & 4.2+5.2+6.(-1)\end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix}0+2+0 & 2+4-3\\ 0+5+0 & 8+10-6\end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix}2 & 3\\ 5 & 12\end{bmatrix}$$

$$\therefore BA=\begin{bmatrix}0 & 2\\ 1 & 2\\ 0 & -1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & 2 & 3\\ 4 & 5 & 6\end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix}0.1+2.4 & 0.2+2.5 & 0.3+2.6\\ 1.1+2.4 & 1.2+2.5 & 1.3+2.6\\ 0.1+(-1).4 & 0.2+(-1).5 & 0.3+(-1).6\end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix}0+8 & 0+10 & 0+12\\ 1+8 & 2+10 & 3+12\\ 0-4 & 0-5 & 0-6\end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix}8 & 10 & 12\\ 9 & 12 & 15\\ -4 & -5 & -6\end{bmatrix}$$

$\therefore AB\neq BA$ **(Showed)**

(ii). সমাধানঃ দেওয়া আছে, $A=\begin{bmatrix}2 & 0 & -1\\ 5 & 1 & 0\\ 0 & 1 & 3\end{bmatrix}$ **এবং**

$$B=\begin{bmatrix}3 & -1 & 1\\ -15 & 6 & -5\\ 5 & -2 & 2\end{bmatrix}$$

$$\therefore AB=\begin{bmatrix}2 & 0 & -1\\ 5 & 1 & 0\\ 0 & 1 & 3\end{bmatrix}\begin{bmatrix}3 & -1 & 1\\ -15 & 6 & -5\\ 5 & -2 & 2\end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix}2.3+0+(-1).5 & 2.(-1)+0+(-1).(-2) & 2.1+0+(-1).2\\ 5.3+1.(-15)+0.5 & 5.(-1)+1.6+0 & 5.1+1.(-5)+0\\ 0.3+1.(-15)+3.5 & 0+1.6+3.(-2) & 0+1.(-5)+3.2\end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix}6+0-5 & -2+0+2 & 2+0-2\\ 15-15+0 & -5+6+0 & 5-5+0\\ 0-15+15 & 0+6-6 & 0-5+6\end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix}=I_3$$

$$\therefore BA=\begin{bmatrix}3 & -1 & 1\\ -15 & 6 & -5\\ 5 & -2 & 2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}2 & 0 & -1\\ 5 & 1 & 0\\ 0 & 1 & 3\end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix}3.2+(-1).5+0 & 3.0+(-1).1+1.1 & 3.(-1)+(-1).0+1.3\\ -15.2+6.5+0 & 0+6.1+(-5).1 & -15.(-1)+0+(-5).3\\ 5.2+(-2).5+2.0 & 0+(-2).1+2.1 & 5.(-1)+(-2).0+2.3\end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix}6-5+0 & 0-1+1 & -3-0+3\\ -30+30+0 & 0+6-5 & 15+0-15\\ 10-10+0 & 0-2+2 & -5-0+6\end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix}=I_3$$

$\therefore AB=BA=I_3$ **(Showed)**

(iii). সমাধানঃ দেওয়া আছে, $A=\begin{bmatrix}1 & 0 & -2\\ 3 & -2 & -1\end{bmatrix}$ **এবং**

$$B=\begin{bmatrix}-1 & 3\\ 4 & 0\\ 2 & 6\end{bmatrix}$$

$$\therefore AB=\begin{bmatrix}1 & 0 & -2\\ 3 & -2 & -1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}-1 & 3\\ 4 & 0\\ 2 & 6\end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix}1.(-1)+0.4+(-2).2 & 1.3+0.0+(-2).6\\ 3.(-1)+(-2).4+(-1).2 & 3.3+(-2).0+(-1).6\end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix}-1+0-4 & 3+0-12\\ -3-8-2 & 9+0-6\end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix}-5 & -9\\ -13 & 3\end{bmatrix}$$

এবং $BA=\begin{bmatrix}-1 & 3\\ 4 & 0\\ 2 & 6\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & 0 & -2\\ 3 & -2 & -1\end{bmatrix}$

$$=\begin{bmatrix}(-1).1+3.3 & (-1).0+3.(-2) & (-1).(-2)+3.(-1)\\ 4.1+0.3 & 4.0+0.(-2) & 4.(-2)+0.(-1)\\ 2.1+6.3 & 2.0+6.(-2) & 2.(-2)+6.(-1)\end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix}-1+9 & 0-6 & 2-3\\ 4+0 & 0+0 & -8+0\\ 2+18 & 0-12 & -4-6\end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix}8 & -6 & -1\\ 4 & 0 & -8\\ 20 & -12 & -10\end{bmatrix}$$

$\therefore AB\neq BA$ **(Showed)**

*****5. যদি** $A=\begin{bmatrix}3 & -4 & 2\\ -2 & 1 & 0\\ -1 & -1 & 1\end{bmatrix}$ **এবং**

$B=\begin{bmatrix}1 & 2 & -2\\ 2 & 5 & -4\\ 3 & 7 & -5\end{bmatrix}$ **হয়,তবে প্রমাণ কর যে,**

$AB=BA=I_3$ **(D-10)**

সমাধানঃ দেওয়া আছে, $A=\begin{bmatrix}3 & -4 & 2\\ -2 & 1 & 0\\ -1 & -1 & 1\end{bmatrix}$ **এবং**

$$B=\begin{bmatrix}1 & 2 & -2\\ 2 & 5 & -4\\ 3 & 7 & -5\end{bmatrix}$$

$$\therefore AB=\begin{bmatrix}3 & -4 & 2\\ -2 & 1 & 0\\ -1 & -1 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & 2 & -2\\ 2 & 5 & -4\\ 3 & 7 & -5\end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix}3.1+(-4).2+2.3 & 3.2+(-4).5+2.7 & 3.(-2)+(-4).(-4)+2.(-5)\\ (-2).1+1.2+0.3 & (-2).2+1.5+0.7 & (-2).(-2)+1.(-4)+0.(-5)\\ (-1).1+(-1).2+1.3 & (-1).2+(-1).5+1.7 & (-1).(-2)+(-1).(-4)+1.(-5)\end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix}3-8+6 & 6-20+14 & -6+16-10\\ -2+2+0 & -4+5+0 & 4-4+0\\ -1-2+3 & -2-5+7 & 2+4-5\end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix}=I_3$$

$$\therefore BA=\begin{bmatrix}1 & 2 & -2\\ 2 & 5 & -4\\ 3 & 7 & -5\end{bmatrix}\begin{bmatrix}3 & -4 & 2\\ -2 & 1 & 0\\ -1 & -1 & 1\end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix}1.3+2.(-2)+(-2).(-1) & 1.(-4)+2.1+(-2).(-1) & 1.2+2.0+(-2).1\\ 2.3+5.(-2).1+(-4).(-1) & 2.(-4)+5.1+(-4).(-1) & 2.2+5.0+(-4).1\\ 3.3+7.(-2)+(-5).(-1) & 3.(-4)+7.1+(-5).(-1) & 3.2+7.0+(-5).1\end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix}3-4+2 & -4+2+2 & 2+0-2\\ 6-10+4 & -8+5+4 & 4+0-4\\ 9-14+5 & -12+7+5 & 6+0-5\end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix}=I_3$$

$\therefore AB=BA=I_3$ **(Showed)**