অনুশীলনী-1.1(ম্যাট্রিক্স):

Rana Hamid
Sr. Lecturer in Mathematics.
Mobile: 01681-717200

ইংরেজ গণিতবিদ **“James Joseph Sylvester”1850** খ্রিষ্টাব্দে সর্বপ্রথম ম্যাট্রিক্স সম্পর্কে ধারনা ব্যক্ত করেন যা ল্যাটিন শব্দ **“Matter(Mother)”** থেকে নেওয়া হয়েছে। পরে তারই সহকর্মী **“Arthur cayley” 1853** খ্রিষ্টাব্দে বিপরীত ম্যাট্রিক্সের ধারণাসহ ম্যাট্রিক্সের তাৎপর্য তুলে ধরেন এবং পরবর্তীতে **1858** খ্রিষ্টাব্দে তার পত্রিকা **“Memoir on the theory of matrices”** এ প্রথমে ম্যাট্রিক্সকে বিশ্লেষণমুলকভাবে প্রকাশ করেন। এ কারনে **Arthur cayley** -কে ম্যাট্রিক্সের জনক বলা হয়। ব্রিটিশ গণিতবিদ **Arthur cayley** -ই প্রথম ম্যাট্রিক্স আবিষ্কার করেন। বিখ্যাত পদার্থ বিজ্ঞানী হাইজেন বার্গ **1925** খ্রিষ্টাব্দে কোয়ান্টাম বলবিদ্যায় প্রথম ম্যাট্রিক্সের ব্যবহার শুরু করেন। এছাড়া **Leibniz (1646-1716), Hamilton (1805-1865), Jordan (1842-1899), Jacobi (1804-1851)** ম্যাট্রিক্স সম্পর্কিত তত্ত্বগুলি বিস্তারিত ব্যাখ্যা করেন। **1683** খ্রিষ্টাব্দে প্রথম জাপানি গণিতবিদ **“Seki”** নির্ণায়ক বিষয়ক প্রাথমিক ধারনা প্রকাশ করেন। তিনি ম্যাট্রিক্সের নির্ণায়ক নিরুপন করেন এবং সমীকরণের সমাধান নির্ণয়ে নির্ণায়কের ব্যবহার প্রসঙ্গে ধারনা দেন। **1693** খ্রিষ্টাব্দে গনিতবিদ লিবনিজ সরল সমীকরণ মালার সমাধানে এক বিশেষ সম্পর্কের অবতারণা করেন। পরে **1750** খ্রিষ্টাব্দে সুইস গণিতবিদ গ্যাব্রিয়েল ক্রেমার নির্ণায়কের সাহায্যে একঘাতিক সমীকরণ জোটের সমাধান করেন। ঊনবিংশ শতাব্দীতে গাউজ **(Gauss,1777-1855)** এবং কচি **(Cauchy,1789-1857)** এ সম্পর্কে আরও সুস্পষ্ট ধারনা দেন। সর্বপ্রথম কচি **1812** খ্রিষ্টাব্দে এ ধরনের গানিতিক ফাংশনের নাম দেন নির্ণায়ক। গণিতে সমীকরণ জোটের সমাধান,পরিসংখ্যানের সম্ভাবনা তত্ত্বে ,উচ্চতর অর্থনীতিতে, ব্যবসায় গণিতে, আয়ব্যয় হিসাব ইত্যাদিতে ম্যাট্রিক্স বহুলভাবে ব্যবহৃত হয়। এছাড়া শেয়ারের ক্রয় বিক্রয় হিসাব, কোণ প্রকার ট্রেজারি বন্ডে কি পরিমাণ অর্থ বিনিয়োগ করতে হবে তা বিপরীত ম্যাট্রিক্সের সাহায্যে সহজে নির্ণয় করা যায়।

সংজ্ঞাঃ

1. ম্যাট্রিক্সঃ কতগুলো সংখ্যাকে সারি ও কলাম আকারে সাজানোর ফলে যে আয়তাকার বা বর্গাকার বিন্যাস পাওয়া যায়,তাকে ম্যাট্রিক্স বলে। ইহাকে তৃতীয় বন্ধনী ’[ ]’ বা, প্রথম বন্ধনী ‘( )’ দ্বারা প্রকাশ করা হয়। কখনও কখনও ‘‖ ‖’ দ্বারা প্রকাশ করা হয়ে থাকে।

অথবা, বিজ্ঞান ও গনিতের বিভিন্ন তথ্য আয়তাকারে সারি ও কলাম বরাবর সাজালে যে আয়তাকার বা বর্গাকার বিন্যাস পাওয়া যায়, তাকে ম্যাট্রিক্স বলা হয়। ইহাকে তৃতীয় বন্ধনী ’[ ]’ বা, প্রথম বন্ধনী ‘( )’ দ্বারা প্রকাশ করা হয়। কখনও কখনও ‘‖ ‖’ দ্বারা প্রকাশ করা হয়ে থাকে।

যেমনঃ $A=\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots\cdots\cdots a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots\cdots\cdots a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots\cdots\cdots a_{mn} \end{bmatrix}_{m\times n}$

$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix}$ এবং $A=\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix}$

Note: ম্যাট্রিক্স মূলত কোন সংখ্যা নয় এবং এর কোন মান নেই। এটি কার্যকারক (Operator) হিসাবে কাজ করে। **যেমনঃ** $[4]$ একটি ম্যাট্রিক্স কিন্তু $[4]\neq 4$

2. ভুক্তিঃ যে সংখ্যা বা রাশি নিয়ে ম্যাট্রিক্স গঠিত হয় তাদেরকে ম্যাট্রিক্সের ভুক্তি বলা হয়।

3. সারিঃ ম্যাট্রিক্সের বাম থেকে ডানের ভুক্তিগুলি নিয়ে সারি গঠিত হয়।

4. কলামঃ ম্যাট্রিক্সের উপর থেকে নিচ ভুক্তিগুলি নিয়ে কলাম/স্তম্ভ গঠিত হয়।

5. ম্যাট্রিক্সের Order/ক্রম/মাত্রা/পর্যায়ঃ m সংখ্যক সারি এবং n সংখ্যক কলাম বিশিষ্ট কোন ম্যাট্রিক্স কে $m\times n$ ক্রমের ম্যাট্রিক্স বলা হয়।

যেমনঃ $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 6 & 4 \end{bmatrix}_{2\times 3}$

6. আয়তাকার ম্যাট্রিক্সঃ যে ম্যাট্রিক্সের সারি ও কলামের সংখ্যা সমান নয় তাকে আয়তাকার ম্যাট্রিক্স বলে।

যেমনঃ $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 6 & 4 \end{bmatrix}$

7. বর্গ ম্যাট্রিক্সঃ যে ম্যাট্রিক্সের সারি ও কলামের সংখ্যা সমান তাকে বর্গ ম্যাট্রিক্স বলে।

যেমনঃ $\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$

8. সারি ম্যাট্রিক্সঃ যে ম্যাট্রিক্সের কেবল একটি সারি বিদ্যমান তাকে সারি ম্যাট্রিক্স বলা হয়।

যেমনঃ $\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \end{bmatrix}$

9. কলাম ম্যাট্রিক্সঃ যে ম্যাট্রিক্সের কেবল একটি কলাম বিদ্যমান তাকে কলাম ম্যাট্রিক্স বলা হয়।

যেমনঃ $\begin{bmatrix} a_{11} \\ a_{12} \\ a_{13} \end{bmatrix}$

10. আনুভূমিক ম্যাট্রিক্সঃ যে ম্যাট্রিক্সের সারি সংখ্যা অপেক্ষা কলাম সংখ্যা অধিক থাকে, তাকে উলম্ব ম্যাট্রিক্স বলা হয়।

যেমনঃ $A=\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 6 & 4 \end{bmatrix}$

11. উলম্ব ম্যাট্রিক্সঃ যে ম্যাট্রিক্সের কলাম সংখ্যা অপেক্ষা সারি সংখ্যা অধিক থাকে, তাকে উলম্ব ম্যাট্রিক্স বলা হয়।

যেমনঃ $A=\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{bmatrix}$

12. মুখ্য কর্ণঃ কোন বর্গ ম্যাট্রিক্সের ১ম সারি ও ১ম কলামে অবস্থিত সাধারণ ভুক্তিগামি কর্ণ কে মুখ্য কর্ণ বলা হয়। **যেমনঃ**

main diagonal

$$A=\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix}$$

square $n \times n$ matrix A

13. মাধ্যমিক কর্ণঃ উপরের ডান দিকের ভুক্তিগুলি থেকে নিম্নের বাম দিকের ভুক্তিগুলি বরাবর চলমান বর্গাকার ম্যাট্রিক্সকে মাধ্যমিক কর্ণ বলা হয়। **যেমনঃ**

$$A=\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}_{m\times n}$$

14. ম্যাট্রিক্সের ট্রেসঃ কোনো বর্গ ম্যাট্রিক্সের মুখ্য কর্ণের উপাদানগুলির যোগফলকে ম্যাট্রিক্সের ট্রেস বলা হয়।

যেমনঃ $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 6 & 4 \\ 3 & 4 & 5 \end{bmatrix}$ ম্যাট্রিক্সের

ট্রেস হলঃ $1+6+5=12$

15. ত্রিভুজাকৃতির ম্যাট্রিক্সঃ কোন বর্গ ম্যাট্রিক্সের মুখ্য কর্ণের নীচের অথবা, উপরের সবগুলি ভুক্তিই শুন্য তাকে ত্রিভুজাকৃতির ম্যাট্রিক্স বলে। **যেমনঃ**

$$A=\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ 0 & a_{22} & a_{23} \\ 0 & 0 & a_{33} \end{bmatrix}$$

এবং

$$A=\begin{bmatrix} a_{11} & 0 & 0 \\ a_{21} & a_{22} & 0 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$$

16. উর্ধ্ব ত্রিভুজাকৃতির ম্যাট্রিক্সঃ কোন বর্গ ম্যাট্রিক্সের মুখ্য কর্ণের নীচের সবগুলি ভুক্তি শুন্য হলে, তাকে ত্রিভুজাকৃতির ম্যাট্রিক্স বলে।**যেমনঃ**

$$A=\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ 0 & a_{22} & a_{23} \\ 0 & 0 & a_{33} \end{bmatrix}$$

17. নিম্ন ত্রিভুজাকৃতির ম্যাট্রিক্সঃ কোন বর্গ ম্যাট্রিক্সের মুখ্য কর্ণের উপরের সবগুলি ভুক্তি শুন্য হলে, তাকে নিম্ন ত্রিভুজাকৃতির ম্যাট্রিক্স বলে। **যেমনঃ**

$$A=\begin{bmatrix} a_{11} & 0 & 0 \\ a_{21} & a_{22} & 0 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$$

18. কর্ণ ম্যাট্রিক্সঃ কোন বর্গ ম্যাট্রিক্সের মুখ্য কর্ণের ভুক্তিগুলি ছাড়া অবশিষ্ট সব ভুক্তিগুলি শুন্য হলে, তাকে কর্ণ মাট্রিক্স বলে। **যেমনঃ**

$$A=\begin{bmatrix} a_{11} & 0 & 0 \\ 0 & a_{22} & 0 \\ 0 & 0 & a_{33} \end{bmatrix}$$

এটাকে লেখা যায়, $diag(a_{11}, a_{22}, a_{33})$

19. স্কেলার ম্যাট্রিক্সঃ যে কর্ণ ম্যাট্রিক্সের অশূন্য ভুক্তিগুলি সমান তাকে স্কেলার ম্যাট্রিক্স বলা হয়। **যেমনঃ**

$$\begin{bmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & a & 0 \\ 0 & 0 & a \end{bmatrix}$$

20. একক/ অভেদক ম্যাট্রিক্সঃ স্কেলার ম্যাট্রিক্সের অশূন্য ভুক্তিগুলির প্রত্যেকটি একক হলে তাকে একক/অভেদক/ইউনিট বলে। **যেমনঃ**

$$I=\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

এখানে,

$$I_2=\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$I_3=\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

21. শূন্য ম্যাট্রিক্সঃ কোন ম্যাট্রিক্সের সকল ভুক্তি শুন্য হলে তাকে শুন্য ম্যাট্রিক্স বলা হয়।

যেমনঃ $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

22. উপ-ম্যাট্রিক্সঃ কোনো একটি ম্যাট্রিক্সের যেকোনো সংখ্যক কলাম ও সারির ভুক্তি বাদ দিয়ে গঠিত অপর একটি ম্যাট্রিক্সকে মূল ম্যাট্রিক্সের উপ-ম্যাট্রিক্স বলে।

যেমনঃ $A=\begin{bmatrix}1 & 2 & 3\\ 4 & 5 & 6\\ 7 & 8 & 9\end{bmatrix}$ ম্যাট্রিক্সের উপ-ম্যাট্রিক্স

$\begin{bmatrix}1 & 2 & 3\end{bmatrix},\begin{bmatrix}1 & 2 & 3\\ 4 & 5 & 6\end{bmatrix},\begin{bmatrix}1 & 2\\ 4 & 5\\ 7 & 8\end{bmatrix},\begin{bmatrix}4 & 5\\ 7 & 8\end{bmatrix}...etc$

23. রূপান্তরিত/ বিম্ব ম্যাট্রিক্স (Transpose matrix): কোন ম্যাট্রিক্সের সারিগুলোকে কলামে এবং কলামগুলোকে সারিতে পরিবর্তন করলে যে ম্যাট্রিক্স পাওয়া যায় তাকে প্রদত্ত ম্যাট্রিক্সের রূপান্তরিত ম্যাট্রিক্স বলা হয়।

যেমনঃ $A=\begin{bmatrix}1 & 2 & 3\\ 4 & 5 & 6\\ 7 & 8 & 9\end{bmatrix}$

$\therefore A^T=\begin{bmatrix}1 & 4 & 7\\ 2 & 5 & 8\\ 3 & 6 & 9\end{bmatrix}$

24. প্রতিসম ম্যাট্রিক্সঃ একটি বর্গ ম্যাট্রিক্সকে প্রতিসম ম্যাট্রিক্স বলা হবে যদি $A^T=A$ হয়, অর্থাৎ $A_{ij}=A_{ji}$

যেমনঃ $A=\begin{bmatrix}1 & 2 & 3\\ 2 & 6 & 4\\ 3 & 4 & 5\end{bmatrix}$

$\therefore A^T=\begin{bmatrix}1 & 2 & 3\\ 2 & 6 & 4\\ 3 & 4 & 5\end{bmatrix}$

$\therefore A^T=A$

25. অপ্রতিসম ম্যাট্রিক্সঃ একটি বর্গ ম্যাট্রিক্সকে অপ্রতিসম ম্যাট্রিক্স বলা হবে যদি $A^T=-A$ হয়, অর্থাৎ $A_{ij}=-A_{ji}$

যেমনঃ $A=\begin{bmatrix}0 & -6\\ 6 & 0\end{bmatrix}$

$\therefore A^T=\begin{bmatrix}0 & 6\\ -6 & 0\end{bmatrix}$

$\therefore A^T=-\begin{bmatrix}0 & -6\\ 6 & 0\end{bmatrix}$

$\therefore A^T=-A$

26. জটিল ম্যাট্রিক্সঃ যে ম্যাট্রিক্সের উপাদানগুলোর মধ্যে জটিল সংখ্যা থাকে তাকে জটিল ম্যাট্রিক্স বলে।

যেমনঃ $A=\begin{bmatrix}2 & 3+i\\ i & 5\end{bmatrix}$ একটি জটিল ম্যাট্রিক্স।

27. অনুবন্ধী ম্যাট্রিক্সঃ যে কোন ম্যাট্রিক্সের ভুক্তি সমূহ জটিল সংখ্যা হলে প্রত্যেক জটিল সংখ্যার পরিবর্তে তার অনুবন্ধী জটিল সংখ্যা বসিয়ে এবং অন্যান্য উপাদান স্ব স্ব স্থানে অপরিবর্তিত রেখে যে ম্যাট্রিক্স পাওয়া যায় তাকে অনুবন্ধী ম্যাট্রিক্স বলে।

যেমনঃ $A=\begin{bmatrix}2 & 5+i\\ 2+i & -i\end{bmatrix}$ এর অনুবন্ধী ম্যাট্রিক্স

$\overline{A}=\begin{bmatrix}2 & 5-i\\ 2-i & i\end{bmatrix}$

28. হারমিসিয়ান ম্যাট্রিক্সঃ একটি বর্গ ম্যাট্রিক্সকে হারমিসিয়ান ম্যাট্রিক্স বলা হবে যদি $(\overline{A})^T=A$ হয়,

যেমনঃ $A=\begin{bmatrix}7 & 5+2i\\ 5-2i & 5\end{bmatrix}$

$\overline{A}=\begin{bmatrix}7 & 5-2i\\ 5+2i & 5\end{bmatrix}$

$(\overline{A})^T=\begin{bmatrix}7 & 5+2i\\ 5-2i & 5\end{bmatrix}$

$\therefore (\overline{A})^T=A$

29. বিহারমিসিয়ান ম্যাট্রিক্সঃ একটি বর্গ ম্যাট্রিক্সকে বিহারমিসিয়ান ম্যাট্রিক্স বলা হবে যদি $(\overline{A})^T=-A$ হয়,

যেমনঃ $A=\begin{bmatrix}0 & 2i\\ 2i & 0\end{bmatrix}$

$\overline{A}=\begin{bmatrix}0 & -2i\\ -2i & 0\end{bmatrix}$

$(\overline{A})^T=\begin{bmatrix}0 & -2i\\ -2i & 0\end{bmatrix}$

$(\overline{A})^T=-\begin{bmatrix}0 & 2i\\ 2i & 0\end{bmatrix}$

$\therefore (\overline{A})^T=-A$

30. শূন্যঘাতি/অক্ষম/বিনাশক ম্যাট্রিক্সঃ একটি বর্গ ম্যাট্রিক্সকে শূন্যঘাতি ম্যাট্রিক্স বলা হবে যদি $A^n=0$ হয়,

যেমনঃ $A=\begin{bmatrix}2 & -2\\ 2 & -2\end{bmatrix}$

31. সমঘাতি/ একক্ষম ম্যাট্রিক্সঃ একটি বর্গ ম্যাট্রিক্সকে সমঘাতি ম্যাট্রিক্স বলা হবে যদি $A^2=A$ হয়,

যেমনঃ $A=\begin{bmatrix}2 & 1\\ -2 & -1\end{bmatrix}$

32. অভেদঘাতি/উদঘাতিক ম্যাট্রিক্সঃ একটি বর্গ ম্যাট্রিক্সকে অভেদঘাতি ম্যাট্রিক্স বলা হবে যদি $A^2 = I$ হয়,

যেমনঃ $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -1 & -2 \end{bmatrix}$

33. পর্যায়বৃত্ত ম্যাট্রিক্সঃ একটি বর্গ ম্যাট্রিক্সকে পর্যায়বৃত্ত ম্যাট্রিক্স বলা হবে যদি $A^{k+1} = A$ হয়। যেখানে, k হলো পর্যায়কাল।

যেমনঃ $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 6 \\ -3 & 2 & 9 \\ 2 & 2 & -3 \end{bmatrix}$,

$A^2 = \begin{bmatrix} -5 & -6 & -6 \\ 9 & 10 & 9 \\ -4 & -4 & -3 \end{bmatrix}$,

$A^3 = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 6 \\ -3 & 2 & 9 \\ 2 & 2 & -3 \end{bmatrix}$

$\therefore A^{2+1} = A$

$\therefore$ A একটি পর্যায়বৃত্ত ম্যাট্রিক্স যার পর্যায়=2

34. লম্ব ম্যাট্রিক্সঃ একটি বর্গ ম্যাট্রিক্সকে লম্ব ম্যাট্রিক্স বলা হবে যদি $A^T.A = A.A^T = I$ হয়।

যেমনঃ $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 2 & 1 & 2 \\ -2 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ একটি লম্ব ম্যাট্রিক্স।

35. সমান ম্যাট্রিক্সঃ যদি দুইটি ম্যাট্রিক্সের ক্রম ও অনুরূপ ভুক্তিগুলি সমান হয়, তবে ম্যাট্রিক্স দুইটিকে সমান ম্যাট্রিক্স বলে।

যেমনঃ $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 2 & 1 & 2 \\ -2 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ এবং

$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 2 & 1 & 2 \\ -2 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ দুইটি ম্যাট্রিক্স।

36. ম্যাট্রিক্সের যোগ/ বিয়োগ করার নিয়মঃ ম্যাট্রিক্সের মাত্রা সব সময় সমান হতে হবে অর্থাৎ একই রকম উপাদান গুলো যোগ-বিয়োগ হয়।

37. ম্যাট্রিক্সের গুণ করার নিয়মঃ ২য় ম্যাট্রিক্সের ১ম কলাম দিয়ে ১ম ম্যাট্রিক্সের সকল সারিকে গুণ করে যোগ করতে হবে। অনুরূপভাবে, ২য় ম্যাট্রিক্সের ২য়,৩য় কলাম দিয়ে ১ম ম্যাট্রিক্সের সকল সারিকে গুণ করে যোগ করতে হবে।

অথবা,

ম্যাট্রিক্সের গুণ করার নিয়মঃ ১ম ম্যাট্রিক্সের ১ম সারি দিয়ে ২য় ম্যাট্রিক্সের সকল কলামকে গুণ করে যোগ করতে হবে। অনুরূপভাবে, ১ম ম্যাট্রিক্সের ২য়,৩য় সারি দিয়ে ২য় ম্যাট্রিক্সের সকল কলামকে গুণ করে যোগ করতে হবে।

বিঃদ্রঃ ম্যাট্রিক্সের গুণ তখনই সম্ভব যখন ১ম ম্যাট্রিক্সের কলাম সংখ্যা (১ম ম্যাট্রিক্সের সারির উপাদান সংখ্যা) ২য় ম্যাট্রিক্সের সারির সংখ্যার (২য় ম্যাট্রিক্সের কলামের উপাদান সংখ্যা) সমান হয়।

অনুশীলনী-1.1

Shortcut Technic-1: AB নির্ণয়যোগ্য **(১ম ম্যাট্রিক্সের কলাম সংখ্যা ২য় ম্যাট্রিক্সের সারির সংখ্যার সমান)** হলে AB ম্যাট্রিক্সের ক্রম/মাত্রা=A ম্যাট্রিক্সের সারি সংখ্যা $\times$ B ম্যাট্রিক্সের কলাম সংখ্যা।

যেমনঃ A ও B ম্যাট্রিক্সের ক্রম যথাক্রমে $m \times p$ এবং $p \times n$ হলে AB ম্যাট্রিক্সের ক্রম হবে, $m \times n$

Shortcut Technic-2: (AB)C নির্ণয়যোগ্য **(১ম ম্যাট্রিক্সের কলাম সংখ্যা ২য় ম্যাট্রিক্সের সারির সংখ্যার সমান)** হলে (AB)C ম্যাট্রিক্সের ক্রম/মাত্রা =A ম্যাট্রিক্সের সারি সংখ্যা $\times$ C ম্যাট্রিক্সের কলাম সংখ্যা।

যেমনঃ A, B ও C ম্যাট্রিক্সের ক্রম যথাক্রমে $4\times5, 5\times3$ এবং 3×2 হলে (AB)C ম্যাট্রিক্সের ক্রম হবে 4×2

Shortcut Technic-3: AB অনির্ণয়যোগ্য **(১ম ম্যাট্রিক্সের কলাম সংখ্যা ২য় ম্যাট্রিক্সের সারির সংখ্যার সমান নয়)** হলে AB ম্যাট্রিক্সের ক্রম/মাত্রা নির্ণয় করা সম্ভব নয়।

যেমনঃ A ও B ম্যাট্রিক্সের ক্রম যথাক্রমে $m \times p$ এবং $q \times n$ হলে AB ম্যাট্রিক্সের ক্রম/মাত্রা নির্ণয় করা সম্ভব নয়।

3(i). যদি $A = \begin{bmatrix} 2 & -5 & 1 \\ 3 & 0 & -4 \end{bmatrix}$ **এবং** $B = \begin{bmatrix} 1 & -2 & -3 \\ 0 & -1 & 5 \end{bmatrix}$ **হয়, তবে 3A+4B এর মান নির্ণয় কর।**

(ii). যদি $A = \begin{bmatrix} 8 & 4 & -1 \\ 0 & 1 & 3 \\ 5 & 4 & 8 \end{bmatrix}$ **এবং** $B = \begin{bmatrix} -4 & 6 & 2 \\ 1 & 3 & 7 \\ 5 & 4 & 1 \end{bmatrix}$ **হয়, তবে A+B, A-B ,AB এর মান নির্ণয় কর।**

(i). সমাধানঃ দেওয়া আছে, $A = \begin{bmatrix} 2 & -5 & 1 \\ 3 & 0 & -4 \end{bmatrix}$ **এবং**

$B = \begin{bmatrix} 1 & -2 & -3 \\ 0 & -1 & 5 \end{bmatrix}$

$$\therefore 3A=\begin{bmatrix}6 & -15 & 3\\ 9 & 0 & -12\end{bmatrix}$$ এবং

$$\therefore 4B=\begin{bmatrix}4 & -8 & -12\\ 0 & -4 & 20\end{bmatrix}$$

$$\therefore 3A+4B=\begin{bmatrix}6 & -15 & 3\\ 9 & 0 & -12\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}4 & -8 & -12\\ 0 & -4 & 20\end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix}6+4 & -15-8 & 3-12\\ 9+0 & 0-4 & -12+20\end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix}10 & -23 & -9\\ 9 & -4 & 8\end{bmatrix}$$

(ii). সমাধানঃ দেওয়া আছে, $A=\begin{bmatrix}8 & 4 & -1\\ 0 & 1 & 3\\ 5 & 4 & 8\end{bmatrix}$ এবং

$$B=\begin{bmatrix}-4 & 6 & 2\\ 1 & 3 & 7\\ 5 & 4 & 1\end{bmatrix}$$

$$\therefore A+B=\begin{bmatrix}8 & 4 & -1\\ 0 & 1 & 3\\ 5 & 4 & 8\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}-4 & 6 & 2\\ 1 & 3 & 7\\ 5 & 4 & 1\end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix}8-4 & 4+6 & -1+2\\ 0+1 & 1+3 & 3+7\\ 5+5 & 4+4 & 8+1\end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix}4 & 10 & 1\\ 1 & 4 & 10\\ 10 & 8 & 9\end{bmatrix}$$

$$\therefore A-B=\begin{bmatrix}8 & 4 & -1\\ 0 & 1 & 3\\ 5 & 4 & 8\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}-4 & 6 & 2\\ 1 & 3 & 7\\ 5 & 4 & 1\end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix}8+4 & 4-6 & -1-2\\ 0-1 & 1-3 & 3-7\\ 5-5 & 4-4 & 8-1\end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix}12 & -2 & -3\\ -1 & -2 & -4\\ 0 & 0 & 7\end{bmatrix}$$

$$\therefore AB=\begin{bmatrix}8 & 4 & -1\\ 0 & 1 & 3\\ 5 & 4 & 8\end{bmatrix}\begin{bmatrix}-4 & 6 & 2\\ 1 & 3 & 7\\ 5 & 4 & 1\end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix}8.(-4)+4.1+(-1).5 & 8.6+4.3+(-1).4 & 8.2+4.7+(-1).1\\ 0.(-4)+1.1+3.5 & 0.6+1.3+3.4 & 0.2+1.7+3.1\\ 5.(-4)+4.1+8.5 & 5.6+4.3+8.4 & 5.2+4.7+8.1\end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix}-32+4-5 & 48+12-4 & 16+28-1\\ 0+1+15 & 0+3+12 & 0+7+3\\ -20+4+40 & 30+12+32 & 10+28+8\end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix}-33 & 56 & 43\\ 16 & 15 & 10\\ 24 & 74 & 46\end{bmatrix}$$