

অনুশীলনী-1.1(ম্যাট্রিক্স):

ইংরেজ গণিতবিদ “James Joseph Sylvester” 1850 খ্রিষ্টাব্দে সর্বপ্রথম ম্যাট্রিক্স সম্পর্কে ধারণা ব্যক্ত করেন যা ল্যাটিন শব্দ “Matter(Mother)” থেকে নেওয়া হয়েছে। পরে তারই সহকর্মী “Arthur Cayley” 1853 খ্রিষ্টাব্দে বিপরীত ম্যাট্রিক্সের ধারণাসহ ম্যাট্রিক্সের তাৎপর্য তুলে ধরেন এবং পরবর্তীতে 1858 খ্রিষ্টাব্দে তার পত্রিকা “Memoir on the theory of matrices” এ প্রথমে ম্যাট্রিক্সকে বিশ্লেষণমূলকভাবে প্রকাশ করেন। এ কারণে Arthur Cayley -কে ম্যাট্রিক্সের জনক বলা হয়। ব্রিটিশ গণিতবিদ Arthur Cayley -ই প্রথম ম্যাট্রিক্স আবিষ্কার করেন। বিখ্যাত পদার্থ বিজ্ঞানী হাইজেন বার্গ 1925 খ্রিষ্টাব্দে কোয়ান্টাম বলবিদ্যায় প্রথম ম্যাট্রিক্সের ব্যবহার শুরু করেন। এছাড়া Leibniz (1646-1716), Hamilton (1805-1865), Jordan (1842-1899), Jacobi (1804-1851) ম্যাট্রিক্স সম্পর্কিত তত্ত্বগুলি বিস্তারিত ব্যাখ্যা করেন। 1683 খ্রিষ্টাব্দে প্রথম জাপানি গণিতবিদ “Seki” নির্ণায়ক বিষয়ক প্রাথমিক ধারণা প্রকাশ করেন। তিনি ম্যাট্রিক্সের নির্ণায়ক নিরূপন করেন এবং সমীকরণের সমাধান নির্ণয়ে নির্ণায়কের ব্যবহার প্রসঙ্গে ধারণা দেন। 1693 খ্রিষ্টাব্দে গণিতবিদ লিবনিজ সরল সমীকরণ মালার সমাধানে এক বিশেষ সম্পর্কের অবতারণা করেন। পরে 1750 খ্রিষ্টাব্দে সুইস গণিতবিদ গ্যাব্রিয়েল ক্রেমার নির্ণায়কের সাহায্যে একঘাতিক সমীকরণ জোটের সমাধান করেন। উনবিংশ শতাব্দীতে গাউজ (Gauss, 1777-1855) এবং কচি (Cauchy, 1789-1857) এ সম্পর্কে আরও সুস্পষ্ট ধারণা দেন। সর্বপ্রথম কচি 1812 খ্রিষ্টাব্দে এ ধরনের গাণিতিক ফাংশনের নাম দেন নির্ণায়ক। গণিতে সমীকরণ জোটের সমাধান, পরিসংখ্যানের সম্ভাবনা তত্ত্বে, উচ্চতর অর্থনীতিতে, ব্যবসায় গণিতে, আয়ব্যয় হিসাব ইত্যাদিতে ম্যাট্রিক্স বহুলভাবে ব্যবহৃত হয়। এছাড়া শেয়ারের ক্রয় বিক্রয় হিসাব, কোণ প্রকার ড্রেজারি বন্ডে কি পরিমাণ অর্থ বিনিয়োগ করতে হবে তা বিপরীত ম্যাট্রিক্সের সাহায্যে সহজে নির্ণয় করা যায়।

সংজ্ঞা:

**ম্যাট্রিক্স:** কতগুলো সংখ্যাকে সারি ও কলাম আকারে সাজানোর ফলে যে আয়তাকার বা বর্গাকার বিন্যাস পাওয়া যায়, তাকে ম্যাট্রিক্স বলে। ইহাকে তৃতীয় বন্ধনী ‘[ ]’ বা, প্রথম বন্ধনী ‘( )’ দ্বারা প্রকাশ করা হয়। কখনও কখনও ‘ $\|$ ’ দ্বারা প্রকাশ করা হয়ে থাকে।

অথবা, বিজ্ঞান ও গণিতের বিভিন্ন তথ্য আয়তাকারে সারি ও কলাম বরাবর সাজালে যে আয়তাকার বা বর্গাকার বিন্যাস পাওয়া যায়, তাকে ম্যাট্রিক্স বলা হয়। ইহাকে তৃতীয় বন্ধনী ‘[ ]’ বা, প্রথম বন্ধনী ‘( )’ দ্বারা প্রকাশ করা হয়। কখনও কখনও ‘ $\|$ ’ দ্বারা প্রকাশ করা হয়ে থাকে।

যেমনঃ  $A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix}_{m \times n}$

$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix}$  এবং  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix}$

**Note:** ম্যাট্রিক্স মূলত কোন সংখ্যা নয় এবং এর কোন মান নেই। এটি কার্যকরক (Operator) হিসাবে কাজ করে।

যেমনঃ  $[4]$  একটি ম্যাট্রিক্স কিন্তু  $[4] \neq 4$

- ভুক্তিঃ** যে সংখ্যা বা রাশি নিয়ে ম্যাট্রিক্স গঠিত হয় তাদেরকে ম্যাট্রিক্সের ভুক্তি বলা হয়।
- সারিঃ** ম্যাট্রিক্সের বাম থেকে ডানের ভুক্তিগুলি নিয়ে সারি গঠিত হয়।
- কলামঃ** ম্যাট্রিক্সের উপর থেকে নিচ ভুক্তিগুলি নিয়ে কলাম/স্তম্ভ গঠিত হয়।
- ম্যাট্রিক্সের Order/ক্রম/মাত্রা/পর্যায়ঃ** m সংখ্যক সারি এবং n সংখ্যক কলাম বিশিষ্ট কোন ম্যাট্রিক্স কে  $m \times n$  ক্রমের ম্যাট্রিক্স বলা হয়।

যেমনঃ  $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 6 & 4 \end{bmatrix}_{2 \times 3}$

- আয়তাকার ম্যাট্রিক্সঃ** যে ম্যাট্রিক্সের সারি ও কলামের সংখ্যা সমান নয় তাকে আয়তাকার ম্যাট্রিক্স বলে।

যেমনঃ  $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 6 & 4 \end{bmatrix}$

- বর্গ ম্যাট্রিক্সঃ** যে ম্যাট্রিক্সের সারি ও কলামের সংখ্যা সমান তাকে বর্গ ম্যাট্রিক্স বলে।

যেমনঃ  $\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$

7. **সারি ম্যাট্রিক্সঃ** যে ম্যাট্রিক্সের কেবল একটি সারি বিদ্যমান তাকে সারি ম্যাট্রিক্স বলা হয়।

$$\text{যেমনঃ } [a_{11} \quad a_{12} \quad a_{13}]$$

8. **কলাম ম্যাট্রিক্সঃ** যে ম্যাট্রিক্সের কেবল একটি কলাম বিদ্যমান তাকে কলাম ম্যাট্রিক্স বলা হয়।

$$\text{যেমনঃ } \begin{bmatrix} a_{11} \\ a_{12} \\ a_{13} \end{bmatrix}$$

9. **আনুভূমিক ম্যাট্রিক্সঃ** যে ম্যাট্রিক্সের সারি সংখ্যা অপেক্ষা কলাম সংখ্যা অধিক থাকে, তাকে উলম্ব ম্যাট্রিক্স বলা হয়।

$$\text{যেমনঃ } A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 6 & 4 \end{bmatrix}$$

10. **উলম্ব ম্যাট্রিক্সঃ** যে ম্যাট্রিক্সের কলাম সংখ্যা অপেক্ষা সারি সংখ্যা অধিক থাকে, তাকে উলম্ব ম্যাট্রিক্স বলা হয়।

$$\text{যেমনঃ } A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{bmatrix}$$

11. **মুখ্য কর্ণঃ** কোন বর্গ ম্যাট্রিক্সের ১ম সারি ও ১ম কলামে অবস্থিত সাধারণ ভুক্তিগামি কর্ণকে মুখ্য কর্ণ বলা হয়।

main diagonal

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix}$$

যেমনঃ square  $n \times n$  matrix  $A$

12. **মাধ্যমিক কর্ণঃ** উপরের ডান দিকের ভুক্তিগুলি থেকে নিম্নের বাম দিকের ভুক্তিগুলি বরাবর চলমান বর্গাকার ম্যাট্রিক্সকে মাধ্যমিক কর্ণ বলা হয়। **যেমনঃ**

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix}$$

13. **ম্যাট্রিক্সের ট্রেসঃ** কোনো বর্গ ম্যাট্রিক্সের মুখ্য কর্ণের উপাদানগুলির যোগফলকে ম্যাট্রিক্সের ট্রেস বলা হয়।

$$\text{যেমনঃ } \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 6 & 4 \\ 3 & 4 & 5 \end{bmatrix} \text{ ম্যাট্রিক্সের}$$

ট্রেস হলঃ  $1 + 6 + 5 = 12$