Rana Hamid
Senior Lecturer in Mathematics
01681-717200

অনুশীলনী-2(ভেক্টর):

সূত্রাবলীঃ

1. ভেক্টরের ত্রিভুজ সূত্র,

$O\vec{A}+A\vec{B}=O\vec{B}$

$\therefore A\vec{B}=O\vec{B}-O\vec{A}$

2. $P(x,y,z)$ একটা বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর,

$O\vec{P}=(x-0)\hat{i}+(y-0)\hat{j}+(z-0)\hat{k}$

$\therefore O\vec{P}=x\hat{i}+y\hat{j}+z\hat{k}$

3. $A(x_1,y_1,z_1),B(x_2,y_2,z_2)$ দুইটা বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর,

$\overrightarrow{AB}=(x_2-x_1)\hat{i}+(y_2-y_1)\hat{j}+(z_2-z_1)\hat{k}$

দেওয়া আছে,

$\vec{A}=A_x\hat{i}+A_y\hat{j}+A_z\hat{k}$

$\vec{B}=B_x\hat{i}+B_y\hat{j}+B_z\hat{k}$

$\vec{C}=C_x\hat{i}+C_y\hat{j}+C_z\hat{k}$

4. একটা ভেক্টরের মান নির্ণয় করার সূত্র,

$A=|\vec{A}|=\sqrt{A_x{}^2+A_y{}^2+A_z{}^2}$

$B=|\vec{B}|=\sqrt{B_x{}^2+B_y{}^2+B_z{}^2}$

5. একটা ভেক্টরের একক ভেক্টর নির্ণয় করার সূত্র,

$\hat{a}=\dfrac{\vec{A}}{|\vec{A}|}$ এবং $\hat{b}=\dfrac{\vec{B}}{|\vec{B}|}$

6. দুইটা ভেক্টরের **লব্ধির** সমান্তরাল **একক ভেক্টর** নির্ণয় করার সূত্র,

$=\dfrac{\vec{A}+\vec{B}}{|\vec{A}+\vec{B}|}=\dfrac{\vec{R}}{|\vec{R}|}$

7. দুটি ভেক্টরের ডট গুণফল, $\vec{A}.\vec{B}=AB\cos\theta$

8. দুইটা ভেক্টর পরস্পর লম্ব হলে, $\vec{A}.\vec{B}=0$

9. $\hat{i}.\hat{i}=\hat{j}.\hat{j}=\hat{k}.\hat{k}=1$

$\hat{i}.\hat{j}=\hat{j}.\hat{k}=\hat{k}.\hat{i}=0$

10. দুটি ভেক্টরের ডট গুণফল নির্ণয় করার সূত্র,

$\vec{A}.\vec{B}=A_x.B_x+A_y.B_y+A_z.B_z$

11. দুটি ভেক্টরের মধ্যবর্তী কোণ নির্ণয় করার সূত্র,

$\vec{A}.\vec{B}=AB\cos\theta$

$\Rightarrow \cos\theta=\dfrac{\vec{A}.\vec{B}}{AB}$

$\therefore \theta=\cos^{-1}(\dfrac{\vec{A}.\vec{B}}{AB})$

12. $\vec{A}$ এর উপর $\vec{B}$ এর লম্ব অভিক্ষেপ, $B\cos\theta=\dfrac{\vec{A}.\vec{B}}{A}$

13. $\vec{B}$ এর উপর $\vec{A}$ এর লম্ব অভিক্ষেপ, $A\cos\theta=\dfrac{\vec{A}.\vec{B}}{B}$

14. $\vec{A}$ এর বরাবর $\vec{B}$ এর উপাংশ/অংশক, $B\cos\theta.\hat{a}$

$=\dfrac{\vec{A}.\vec{B}}{A}.\dfrac{\vec{A}}{A}$

$=(\dfrac{\vec{A}.\vec{B}}{A^2}).\vec{A}$

15. $\vec{B}$ এর বরাবর $\vec{A}$ এর উপাংশ/অংশক, $A\cos\theta.\hat{b}$

$=\dfrac{\vec{A}.\vec{B}}{B}.\dfrac{\vec{B}}{B}$

$=(\dfrac{\vec{A}.\vec{B}}{B^2}).\vec{B}$

16. দুটি ভেক্টরের ক্রস গুণফল, $\vec{A}\times\vec{B}=AB\sin\theta\hat{\eta}$

17. দুইটা ভেক্টর পরস্পর সমান্তরাল হলে, $\vec{A}\times\vec{B}=0$

18. $\hat{i}\times\hat{i}=\hat{j}\times\hat{j}=\hat{k}\times\hat{k}=0$

$\hat{i}\times\hat{j}=\hat{k},\hat{j}\times\hat{k}=\hat{i},k\times\hat{i}=\hat{j}$

$\hat{i}\times\hat{k}=-\hat{j},\hat{j}\times\hat{i}=-\hat{k},\hat{k}\times\hat{j}=-\hat{i}$

19. দুটি ভেক্টরের ক্রস গুণফল নির্ণয় করার সূত্র,

$$\vec{A}\times\vec{B}=\begin{vmatrix}\hat{i} & \hat{j} & \hat{k}\\ A_x & A_y & A_z\\ B_x & B_y & B_z\end{vmatrix}$$

$=\hat{i}(A_yB_z-A_zB_y)-\hat{j}(A_xB_z-A_zB_x)+\hat{k}(A_xB_y-A_yB_x)$

20. দুইটা ভেক্টরের লম্ব একক ভেক্টর নির্ণয় করার সূত্র, $=\pm\dfrac{\vec{A}\times\vec{B}}{|\vec{A}\times\vec{B}|}$

21. ক্রস গুণফল হতে দুটি ভেক্টরের মধ্যবর্তী কোণ নির্ণয় করার সূত্র,

$|\vec{A}\times\vec{B}|=AB\sin\theta$

$$\Rightarrow \sin\theta = \frac{|\vec{A}\times\vec{B}|}{AB}$$

$$\therefore \theta = \sin^{-1}\left(\frac{|\vec{A}\times\vec{B}|}{AB}\right)$$

22. তিনটা ভেক্টর সমতলীয় হওয়ার শর্ত,

$$\vec{A}.(\vec{B}\times\vec{C}) = (\vec{A}\times\vec{B}).\vec{C} = \vec{B}.(\vec{C}\times\vec{A}) = 0$$

অথবা, $\begin{vmatrix} A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \\ C_x & C_y & C_z \end{vmatrix} = 0$

23. একটি সরলরেখা a বিন্দু দিয়ে অতিক্রম করে এবং একটি ভেক্টর b এর সমান্তরাল রেখাটির সমীকরণ নির্ণয় করার সূত্র,

$$\vec{r} = \vec{a} + \lambda\vec{b}$$

24. দুইটি বিন্দুগামী সরলরেখার ভেক্টর সমীকরণ, $\vec{r} = \vec{a} + \lambda(\vec{b} - \vec{a})$

25. সরলরেখার ভেক্টর সমীকরণ হতে কার্তেসীয় সমীকরণ নির্ণয়ঃ

$$\frac{x-x_1}{x_2} = \frac{x-y_1}{y_2} = \frac{x-z_1}{z_2}$$

26. সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল $= |\vec{A}\times\vec{B}|$ যেখানে, $\vec{A}$ ও $\vec{B}$ দুইটি বাহু।

27. সামান্তরিকের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}|\vec{A}\times\vec{B}|$ যেখানে, $\vec{A}$ ও $\vec{B}$ দুইটি কর্ণ।

28. রম্বসের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}|\vec{A}\times\vec{B}|$ যেখানে, $\vec{A}$ ও $\vec{B}$ দুইটি কর্ণ।

29. ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2}|\vec{AB}\times\vec{AC}|$ যেখানে, $\vec{AB}$ ও $\vec{AC}$ দুইটি বাহু।

30. আয়তাকার ঘনবস্তুর আয়তন $= \vec{A}.(\vec{B}\times\vec{C})$
যেখানে, $\vec{A}, \vec{B}, \vec{C}$ বাহু।

অধ্যায়-(3.1-3.7)(সরলরেখা):

1. কার্তেসীয় ও পোলার স্থানাঙ্কের মধ্যে সম্পর্কঃ $x = r\cos\theta$ এবং $y = r\sin\theta$
2. কার্তেসীয় স্থানাঙ্ক নির্ণয় করার সূত্রঃ $x = r\cos\theta$ এবং $y = r\sin\theta$
3. পোলার স্থানাঙ্ক নির্ণয় করার সূত্রঃ

$r = \sqrt{x^2 + y^2}$

এবং $\theta = \tan^{-1}(\frac{y}{x})$ when, $0 \le \theta \le 2\pi$

i. (x, y) বিন্দুর ক্ষেত্রে, $\theta = \tan^{-1}(\frac{y}{x})$

ii. $(-x, y)$ বিন্দুর ক্ষেত্রে, $\theta = \pi - \tan^{-1}\left|\frac{y}{-x}\right|$

$\therefore \theta = \pi - \tan^{-1}\frac{y}{x}$

iii. $(-x, -y)$ বিন্দুর ক্ষেত্রে, $\theta = \pi + \tan^{-1}\left|\frac{-y}{-x}\right|$

$\therefore \theta = \pi + \tan^{-1}\frac{y}{x}$

iv. $(x, -y)$ বিন্দুর ক্ষেত্রে, $\theta = 2\pi - \tan^{-1}\left|\frac{-y}{x}\right|$

$\therefore \theta = 2\pi - \tan^{-1}\frac{y}{x}$

Or, $\theta = -\tan^{-1}\left|\frac{-y}{x}\right|$

$\therefore \theta = -\tan^{-1}\frac{y}{x}$

4. (x_1, y_1) ও (x_2, y_2) বিন্দুদ্বয়ের মধ্যবিন্দু $(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2})$
5. $A(x_1, y_1)$ ও $B(x_2, y_2)$ বিন্দুদ্বয়ের দূরত্ব $AB = \sqrt{(x_1-x_2)^2 + (y_1-y_2)^2}$
6. ধরি, $P(x_1, y_1)$ এবং $Q(x_2, y_2)$ দুইটি বিন্দু PQ কে $R(x, y)$ বিন্দুটি $PR : RQ = m_1 : m_2$ অনুপাতে অন্তর্বিভক্ত করে, $R(x, y) \equiv \left(\frac{m_1x_2 + m_2x_1}{m_1 + m_2}, \frac{m_1y_2 + m_2y_1}{m_1 + m_2}\right)$
7. ধরি, $P(x_1, y_1)$ এবং $Q(x_2, y_2)$ দুইটা বিন্দু PQ কে $R(x, y)$ বিন্দুটি $PR : QR = m_1 : m_2$ অনুপাতে বহির্বিভক্ত করে, $R(x, y) \equiv \left(\frac{m_1x_2 - m_2x_1}{m_1 - m_2}, \frac{m_1y_2 - m_2y_1}{m_1 - m_2}\right)$
8. $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$ বিন্দু তিনটির ভরকেন্দ্রের স্থানাংক $G \equiv \left(\frac{x_1+x_2+x_3}{3}, \frac{y_1+y_2+y_3}{3}\right)$
9. ভরকেন্দ্র x - অক্ষের উপর অবস্থিত হলে, y এর স্থানাংক শূন্য হয়।
10. ভরকেন্দ্র y - অক্ষের উপর অবস্থিত হলে, x এর স্থানাংক শূন্য হয়।
11. $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ ও $C(x_3, y_3)$ শীর্ষবিন্দুত্রয় দ্বারা গঠিত ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল,

$$\Delta ABC = \frac{1}{2}\begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix}$$

$$=\frac{1}{2}[x_1(y_2-y_3)-y_1(x_2-x_3)+1(x_2y_3-x_3y_2)]$$

$$=\frac{1}{2}[x_1y_2-x_1y_3-x_2y_1+x_3y_1+x_2y_3-x_3y_2]$$

OR,

$$\Delta ABC=\frac{1}{2}[(x_1y_2+x_2y_3+x_3y_1)-(x_2y_1+x_3y_2+x_1y_3)]$$

$$=\frac{1}{2}\begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_1 \\ y_1 & y_2 & y_3 & y_1 \end{vmatrix}$$

12. $A(x_1,y_1), B(x_2, y_2), C(x_3, y_3)$ বিন্দু তিনটি সমরেখ হলে ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল শুন্য হবে।

অথবা, $AB+BC=AC$ হবে।

13. **Area** of a Quadrilateral of the four points $A(x_1,y_1), B(x_2, y_2), C(x_3, y_3), D(x_4, y_4)$.

$$=\frac{1}{2}\begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_1 \\ y_1 & y_2 & y_3 & y_4 & y_1 \end{vmatrix}$$

$$=\frac{1}{2}[(x_1y_2+x_2y_3+x_3y_4+x_4y_1)-(x_2y_1+x_3y_2+x_4y_3+x_1y_4)]$$

OR, **Area** of a Quadrilateral=Sum of the areas of two triangles

14. **Area** of a Polygon,

$(x_1,y_1),(x_2, y_2),(x_3, y_3),(x_4, y_4)\ldots\ldots,(x_n, y_n)$

$$=\frac{1}{2}\begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3\ldots\ldots x_n & x_1 \\ y_1 & y_2 & y_3\ldots\ldots y_n & y_1 \end{vmatrix}$$

$$=\frac{1}{2}[(x_1y_2+x_2y_3+\ldots\ldots+x_ny_1)-(x_2y_1+x_3y_2\ldots\ldots+x_1y_n]$$

15. x অক্ষের সমীকরণ $y=0$

16. y অক্ষের সমীকরণ $x=0$

17. x অক্ষের সমান্তরাল সরলরেখার সমীকরণ, $y=b$

18. y -অক্ষের সমান্তরাল সরলরেখার সমীকরণ, $x=a$

19. y অক্ষকে নির্দিষ্ট দুরত্বে ছেদ করে এরূপ রেখার সমীকরণ, $y=mx+c$

20. মূলবিন্দুগামী যে কোন সরলরেখার সমীকরণ, $y=mx$, যেখানে রেখার ঢাল m

21. মূলবিন্দু থেকে কোন রেখার উপর লম্ব দূরত্ব p এবং উক্ত লম্বটি অক্ষের সাথে α কোণ উৎপন্ন করে এরূপ রেখার সমীকরণ, $x\cos\alpha+y\sin\alpha=p$

22. যে কোন একটা সরলরেখার ঢাল নির্ণয় করার সুত্র, $y=mx+c$ or, $y=mx$; যেখানে রেখার ঢাল, m

23. (x_1,y_1) ও (x_2,y_2) বিন্দুদ্বয়ের সংযোগ রেখাংশের ঢাল,

$m=\dfrac{y_1-y_2}{x_1-x_2}=\dfrac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$ =কোটিদ্বয়ের অন্তর/ভুজদ্বয়ের অন্তর

24. একটি বিন্দু (x_1, y_1) দিয়ে অতিক্রমকারী যেকোন রেখার সমীকরণ, $y-y_1=m(x-x_1)$, যেখানে, m রেখার ঢাল।

25. দুইটি বিন্দু (x_1,y_1) এবং (x_2,y_2) দিয়ে অতিক্রমকারী যেকোন রেখার সমীকরণ, $\dfrac{y-y_1}{y_1-y_2}=\dfrac{x-x_1}{x_1-x_2}$

26. দুই অক্ষকে ছেদকারী সরলরেখার সমীকরণ, $\dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}=1$ যা x অক্ষকে $(a,0)$ বিন্দুতে এবং y অক্ষকে $(0,b)$ বিন্দুতে ছেদ করে।

27. $ax+by+c=0$ সরলরেখাটি x অক্ষের সমান্তরাল হলে, x এর সহগ শূন্য এবং y অক্ষের সমান্তরাল হলে, y এর সহগ শূন্য।

28. $y=m_1x+c_1$ ও $y=m_2x+c_2$ সরলরেখা দুইটি সমান্তরাল হওয়ার শর্ত: $m_1=m_2$ এবং $a_1x+b_1y+c_1=0$ ও $a_2x+b_2y+c_2=0$ সরলরেখা দুইটি সমান্তরাল হওয়ার শর্ত: $\dfrac{a_1}{a_2}=\dfrac{b_1}{b_2}$

29. $y=m_1x+c_1$ ও $y=m_2x+c_2$ সরলরেখা দুইটি লম্ব হওয়ার শর্ত: $m_1\times m_2=-1$ এবং $a_1x+b_1y+c_1=0$ এবং $a_2x+b_2y+c_2=0$ সরলরেখা দুইটি লম্ব হওয়ার শর্ত: $a_1a_2+b_1b_2=0$

30. দুইটি সরল রেখা $a_1x+b_1y+c_1=0$ এবং $a_2x+b_2y+c_2=0$ একই সরল রেখা নির্দেশ করার শর্ত: $\dfrac{a_1}{a_2}=\dfrac{b_1}{b_2}=\dfrac{c_1}{c_2}$

31. $a_1x+b_1y+c_1=0$ এবং $a_2x+b_2y+c_2=0$ রেখাদ্বয়ের ছেদবিন্দুর স্থানাংক বের করতে হলে বজ্রগুণন করে (x,y) এর মান নির্ণয় করতে হবে।

32. $y=m_1x+c_1$ ও $y=m_2x+c_2$ রেখাদ্বয়ের মধ্যবর্তী কোণ θ হলে, $\tan\theta=\pm\dfrac{m_1-m_2}{1+m_1m_2}$

33. $a_1x+b_1y+c_1=0$ এবং $a_2x+b_2y+c_2=0$ রেখাদ্বয়ের ছেদবিন্দুগামী যেকোন সরলরেখার সমীকরণ $a_1x+b_1y+c_1+k(a_2x+b_2y+c_2)=0$ যখন k একটি অশূন্য ধ্রুবক।

34. $ax+by+c_1=0$ ও $ax+by+c_2=0$ সমান্তরাল রেখাদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব $=\left|\dfrac{c_1-c_2}{\sqrt{a^2+b^2}}\right|$

35. $ax+by+c=0$ রেখার লম্ব রেখার সমীকরণ, $bx-ay+k=0$

36. $ax+by+c=0$ রেখার সমান্তরাল রেখার সমীকরণ, $ax+by+k=0$, যেখানে k ধ্রুবক।

37. (x_1, y_1) বিন্দু থেকে $ax+by+c=0$ রেখার উপর অংকিত লম্ব দূরত্ব $=\left|\dfrac{ax_1+by_1+c}{\sqrt{a^2+b^2}}\right|$

38. $a_1x+b_1y+c_1=0, a_2x+b_2y+c_2=0,$
$a_3x+b_3y+c_3=0$ রেখা তিনটি সমবিন্দু হওয়ার শর্ত:

$$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}=0$$

39. $a_1x+b_1y+c_1=0$ এবং $a_2x+b_2y+c_2=0$ রেখাদ্বয়ের অন্তর্ভুক্ত কোণের সমদ্বিখন্ডকের সমীকরণ,

$$\frac{a_1x+b_1y+c_1}{\sqrt{a_1^2+b_1^2}}=\pm\frac{a_2x+b_2y+c_2}{\sqrt{a_2^2+b_2^2}}$$

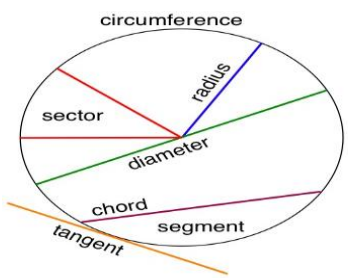
40. $a_1a_2+b_1b_2>0$ হলে, স্থুলকোণের ও সূক্ষ্মকোণের সমদ্বিখন্ডক যথাক্রমে **(+)** ও **(-).**

41. $a_1a_2+b_1b_2<0$ হলে, স্থুলকোণের ও সূক্ষ্মকোণের সমদ্বিখন্ডক যথাক্রমে **(-)** ও **(+).**

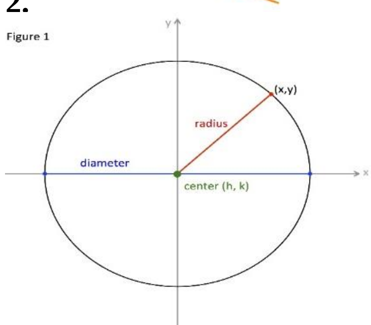
অধ্যায়-(4.1-4.2)(বৃত্ত):

সূত্রাবলিঃ

1.



2.



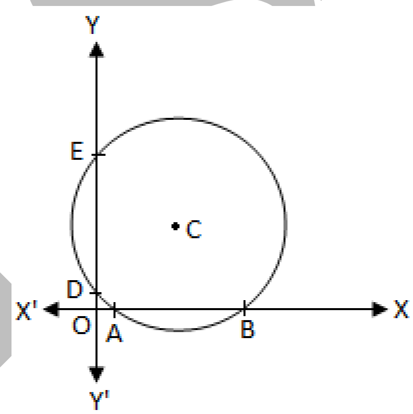
বৃত্তের কেন্দ্রের স্থানাংক (h,k) ও ব্যাসার্ধ r হলে উহার সমীকরণ $(x-h)^2+(y-k)^2=r^2$ এখানে, কেন্দ্র ও ব্যাসার্ধ নির্দিষ্ট থাকলে এই সূত্র প্রয়োগ করতে হবে

3.

$$(x-h)^2+(y-k)^2=r^2$$
$$\Rightarrow x^2-2hx+h^2+y^2-2ky+k^2=r^2$$
$$\Rightarrow x^2+y^2-2hx-2ky+h^2+k^2-r^2=0$$
$$\therefore x^2+y^2+2gx+2fy+c=0$$
$$Here,\ h=-g, k=-f, c=h^2+k^2-r^2$$
$$\Rightarrow h=-g, k=-f, r^2=h^2+k^2-c$$
$$\therefore h=-g, k=-f, r=\sqrt{h^2+k^2-c}$$

বৃত্তের সাধারণ সমীকরন, $x^2+y^2+2gx+2fy+c=0$ হলে কেন্দ্রের স্থানাংক $(-g,-f)$ এবং ব্যাসার্ধ $=\sqrt{(-g)^2+(-f)^2-c}$

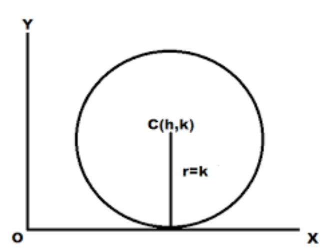
4. $x^2+y^2+2gx+2fy+c=0$ বৃত্তের ক্ষেত্রে x অক্ষের খন্ডিত অংশের দৈর্ঘ্য $=2\sqrt{g^2-c}$ এবং $(x-h)^2+(y-k)^2=r^2$ বৃত্তের ক্ষেত্রে $=2\sqrt{r^2-k^2}$



5. $x^2+y^2+2gx+2fy+c=0$ বৃত্তের ক্ষেত্রে y অক্ষের খন্ডিত অংশের দৈর্ঘ্য $=2\sqrt{f^2-c}$

এবং $(x-h)^2+(y-k)^2=r^2$ বৃত্তের ক্ষেত্রে $=2\sqrt{r^2-h^2}$

6.



বৃত্তটি x অক্ষকে স্পর্শ করলে

$x^2+y^2+2gx+2fy+c=0$ বৃত্তের ক্ষেত্রে,

$g^2=c$ এবং $(x-h)^2+(y-k)^2=r^2$ বৃত্তের ক্ষেত্রে,

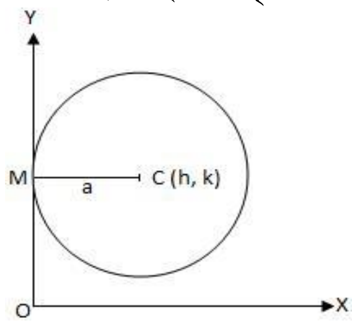
কেন্দ্রের y স্থানাঙ্ক = বৃত্তের ব্যাসার্ধ

7. বৃত্তটি y অক্ষকে স্পর্শ করলে

$x^2+y^2+2gx+2fy+c=0$ বৃত্তের ক্ষেত্রে ,

$f^2=c$ এবং $(x-h)^2+(y-k)^2=r^2$ বৃত্তের ক্ষেত্রে,

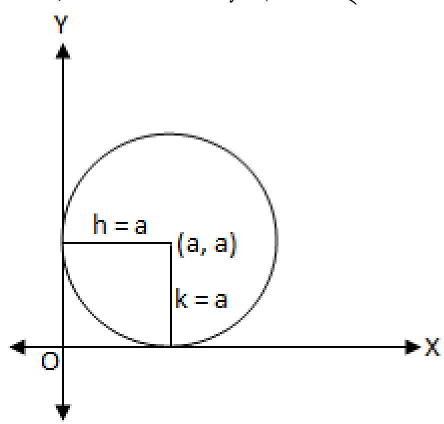
কেন্দ্রের x স্থানাঙ্ক = বৃত্তের ব্যাসার্ধ



8. বৃত্তটি উভয় অক্ষকে স্পর্শ করলে

$x^2+y^2+2gx+2fy+c=0$ বৃত্তের ক্ষেত্রে ,

$g^2=f^2=c$ এবং $(x-h)^2+(y-k)^2=r^2$ বৃত্তের ক্ষেত্রে, কেন্দ্রের x এবং y স্থানাঙ্ক = বৃত্তের ব্যাসার্ধ



9. $x^2+y^2+2gx+2fy+c=0$ বৃত্তের ক্ষেত্রে, কেন্দ্র x অক্ষের উপর অবস্থিত হলে $f=0$ এবং

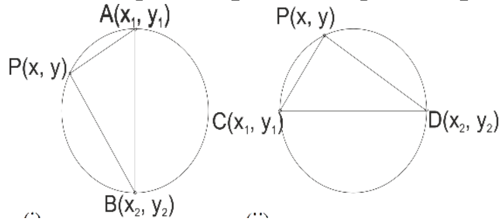
$(x-h)^2+(y-k)^2=r^2$ বৃত্তের ক্ষেত্রে, $k=0$

10. $x^2+y^2+2gx+2fy+c=0$ বৃত্তের ক্ষেত্রে, কেন্দ্র y অক্ষের উপর অবস্থিত হলে $g=0$ এবং

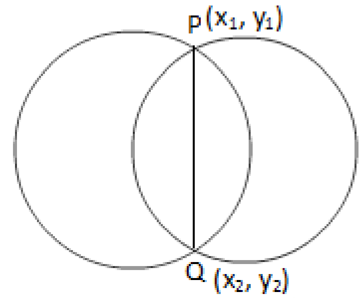
$(x-h)^2+(y-k)^2=r^2$ বৃত্তের ক্ষেত্রে, $h=0$

11. (x_1, y_1) এবং (x_2, y_2) বিন্দুদ্বয়ের সংযোজক সরলরেখাংশকে ব্যাস ধরে অংকিত বৃত্তের সমীকরণ

$(x-x_1)(x-x_2)+(y-y_1)(y-y_2)=0$

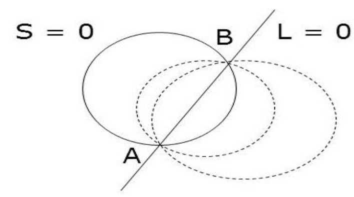


12.

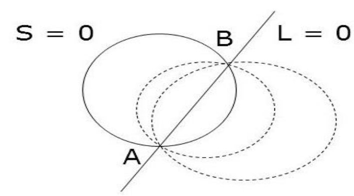


$S_1=0$ এবং $S_2=0$ দুইটা বৃত্তের সাধারণ জ্যা এর সমীকরণ, $S_1-S_2=0$

13. একটা বৃত্ত ও একটা রেখার ছেদবিন্দুগামী যেকোন বৃত্তের সমীকরণ, বৃত্ত+k(সরলরেখা)=0 $\therefore S_1+kL=0$

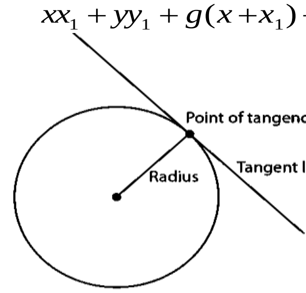


14. দুইটাবৃত্তের ছেদবিন্দুগামী যেকোন বৃত্তের সমীকরণ,প্রথম বৃত্ত +k(২য় বৃত্ত)=0 $\therefore S_1+kS_2=0$



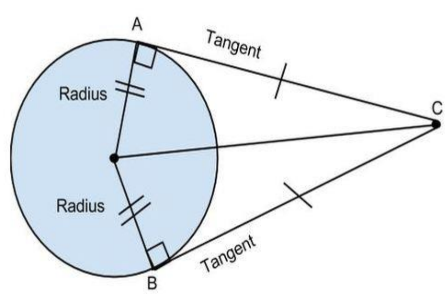
15. $x^2+y^2+2gx+2fy+c=0$ বৃত্তের (x_1, y_1) বিন্দুতে স্পর্শকের সমীকরণ

$xx_1+yy_1+g(x+x_1)+f(y+y_1)+c=0$



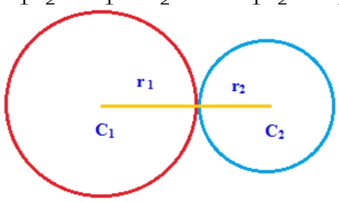
16. $x^2+y^2=r^2$ বৃত্তের (x_1, y_1) বিন্দুতে স্পর্শকের সমীকরণ $xx_1+yy_1=r^2$

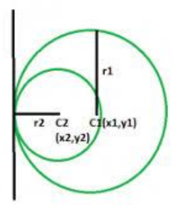
17. (x_1, y_1) বিন্দু হতে $x^2+y^2+2gx+2fy+c=0$ বৃত্তে স্পর্শকের দৈর্ঘ্য, $\sqrt{x_1^2+y_1^2+2gx_1+2fy_1+c}$



18. (x_1, y_1) বিন্দু হতে $x^2 + y^2 = r^2$ বৃত্তে স্পর্শকের দৈর্ঘ্য, $\sqrt{x_1^2 + y_1^2 - r^2}$

19. দুইটা বৃত্ত বহিঃস্ত এবং অন্তঃস্তভাবেস্পর্শ করার শর্তঃ
$c_1c_2 = r_1 + r_2$ এবং $c_1c_2 = r_1 - r_2$



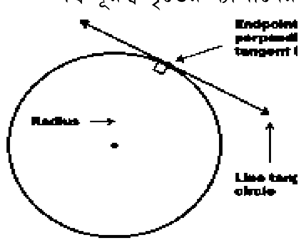


20. কোন বৃত্ত y অক্ষকে ছেদ করলে উক্ত বৃত্ত $x = 0$ বসিয়ে ছেদ বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় করা যায়।

21. কোন বৃত্ত x অক্ষকে ছেদ করলে উক্ত বৃত্ত $y = 0$ বসিয়ে ছেদ বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় করা যায়।

22. কোন সরলরেখা বা কোন বৃত্ত কোন বিন্দু দিয়ে গেলে,গমন,অতিক্রম,অবস্থান করলে বিন্দু দিয়ে সিদ্ধ করতে হবে।

23. যদি বৃত্তটি রেখাটিকে স্পর্শ করে তবে কেন্দ্র থেকে রেখাটির লম্ব দূরত্ব বৃত্তের ব্যাসার্ধের সমান হবে।



24. বৃত্তের বহিঃস্থ বিন্দু হতে দুটি স্পর্শক আঁকা যায়।

25. কেন্দ্র এবং যেকোন জ্যা-এর মধ্যবিন্দুর সংযোজক রেখা উক্ত জ্যায়ের উপর লম্ব।

26. (x_1, y_1) বিন্দু হতে $x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$ বৃত্তে স্পর্শকের দৈর্ঘ্য, $\sqrt{x_1^2 + y_1^2 + 2gx_1 + 2fy_1 + c}$

অনুশীলনী-(5.1-5.2)(বিন্যাস ও সমাবেশ)

1. $n! = n(n-1)(n-2)(n-3)........5.4.3.2.1$
$n! = 1.2.3.4.5.........(n-4)(n-3)(n-2)(n-1)n$

2. $nP_r = n(n-1)(n-2)(n-3)..............(n-r+1)$

3. $n_{P_r} = \dfrac{n!}{(n-r)!}$ যখন, $n \geq r$

$n_{P_n} = n!$
$0! = 1$
$n_{P_0} = 1$
$n_{p_1} = n$
$n_{P_2} = n(n-1)$
$n_{p_3} = n(n-1)(n-2)$
....
....

4. n সংখ্যক জিনিষের p সংখ্যক জিনিষ এক প্রকার,q সংখ্যক জিনিষ আরেক প্রকার, r সংখ্যক জিনিষ আরেক প্রকার এবং বাকি জিনিষ গুলো ভিন্ন ভিন্ন হলে তাদের সবগুলি নিয়ে বিন্যাস

সংখ্যা $= \dfrac{n!}{p!.q!.r!}$

5. যেকোনো জিনিষের প্রত্যেকটি জিনিষ n সংখ্যক বার পুনরাবৃত্ত হলে n সংখ্যক বিভিন্ন জিনিষের r সংখ্যক একবারে নিয়ে বিন্যাস সংখ্যা $= n^r$

6. $n_{C_r} = \dfrac{n!}{r!(n-r)!}$ যখন, $n \geq r$

$n_{C_n} = 1$
$0! = 1$
$n_{C_0} = 1$
$n_{C_1} = \dfrac{n}{1!} = \dfrac{n}{1} = n$
$n_{C_2} = \dfrac{n(n-1)}{2!} = \dfrac{n(n-1)}{1.2} = \dfrac{n(n-1)}{2}$
$n_{C_3} = \dfrac{n(n-1)(n-2)}{3!} = \dfrac{n(n-1)(n-2)}{1.2.3} = \dfrac{n(n-1)(n-2)}{6}$
....
....

7. $n_{C_r} + n_{C_{r-1}} = n+1_{C_r}$

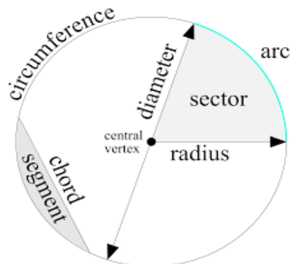
8. $n_{C_r} = n_{C_{n-r}}$
$n_{C_x} = n_{C_y}$
$\therefore x + y = n$

9. $n_{C_r} = \dfrac{1}{r!} \times \dfrac{n!}{(n-r)!}$
$\Rightarrow n_{C_r} = \dfrac{1}{r!} \times n_{P_r}$
$\therefore n_{p_r} = n_{C_r} \times r!$

Chapter-(6.1+6.2+6.3):

সূত্রাবলীঃ

1.



2. **বৃত্তের ব্যাসার্ধ**=r

3. **বৃত্তের ব্যাস** =2r

4. **বৃত্তের পরিধি** $= 2\pi r$

5. **কেন্দ্রস্থ কোণ বৃত্তস্থ কোণের দ্বিগুণ।**

6. **বৃত্তের ক্ষেত্রফল** $= \pi r^2$

7. কোণ পরিমাপের জন্য ত্রিকোণমিতিতে সাধারণত তিন প্রকার পদ্ধতি ব্যবহার করা হয়। যথা-

(i). ষাট মূলক (Sexagesimal system)-Degree

(ii). শত মূলক (Centisimal system)-Grade

(iii). বৃত্তীয় মূলক (Circular system)-Radian

8. **ডিগ্রি ও রেডিয়ান এর মধ্যে সম্পর্কঃ**

$$180^0 = \pi^c$$

$$\therefore 1^0 = \frac{\pi^c}{180}$$

আবার,

$$\pi^c = 180^0$$

$$\therefore 1^c = \frac{180^0}{\pi}$$

9. **ডিগ্রি,রেডিয়ান ও গ্রেড এর মধ্যে সম্পর্কঃ**

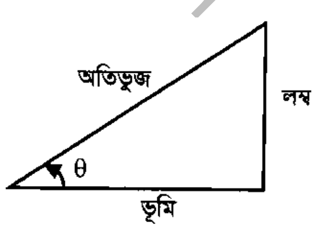
$$\frac{D}{180} = \frac{\theta^c}{\pi} = \frac{G}{200}$$

10. **বৃত্তচাপের দৈর্ঘ্য,** $s = r\theta$ (রেডিয়ান)

11. **বৃত্তকলার ক্ষেত্রফল** $= \frac{\theta}{360^0}\pi r^2$ (ডিগ্রি)

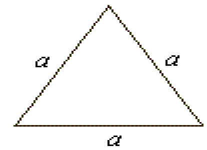
$$= \frac{1}{2} r^2\theta \text{ (রেডিয়ান)}$$

12.



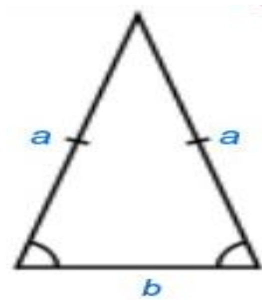
সমকোণী ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times$ ভূমি $\times$ উচ্চতা

13.



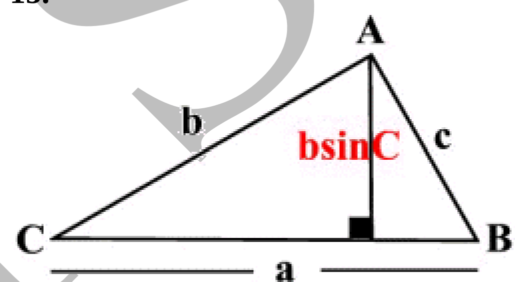
সমবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল, $\Delta = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2$

14.



সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল, $\Delta = \frac{b}{4}\sqrt{4a^2 - b^2}$ যেখানে, a=সমান সমান বাহুর দৈর্ঘ্য এবং b=অসমান বাহুর দৈর্ঘ্য।

15.

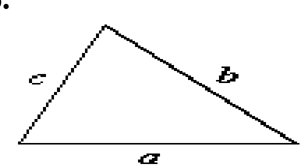


ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল,

$$\Delta = \frac{1}{2} bc\sin A = \frac{1}{2} ca\sin B = \frac{1}{2} ab\sin C$$

অর্থাৎ, $\Delta = \frac{1}{2} \times$ দুই বাহুর দৈর্ঘ্যের গুণফল $\times$ এদের অন্তর্ভুক্ত কোণের সাইন অনুপাত

16.



বিষমবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল,

$$\Delta = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

এখানে, a,b,c ত্রিভুজের বাহু ।

$\therefore$ ত্রিভুজের পরিসীমা $2s = a+b+c$

$\therefore$ ত্রিভুজের অর্ধ পরিসীমা, $s = \frac{a+b+c}{2}$

17. $(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab+bc+ca)$

18. $\sin(-\theta) = -\sin\theta; \mathrm{cosec}(-\theta) = -\mathrm{cosec}\theta$

$\tan(-\theta) = -\tan\theta; \cot(-\theta) = -\cot\theta$

19. $\cos(-\theta) = \cos\theta; \sec(-\theta) = \sec\theta$

20. $\sin\theta = \dfrac{1}{\operatorname{cosec}\theta}, \operatorname{cosec}\theta = \dfrac{1}{\sin\theta}$

$\cos\theta = \dfrac{1}{\sec\theta}, \quad \sec\theta = \dfrac{1}{\cos\theta}$

$\tan\theta = \dfrac{1}{\cot\theta}, \quad \cot\theta = \dfrac{1}{\tan\theta}$

21. $\tan\theta = \dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}, \quad \cot\theta = \dfrac{\cos\theta}{\sin\theta}$

22. $\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$

$\sin^2\theta = 1 - \cos^2\theta$

$\cos^2\theta = 1 - \sin^2\theta$

23. $\sec^2\theta - \tan^2\theta = 1$

$\sec^2\theta = 1 + \tan^2\theta$

$\sec^2\theta - 1 = \tan^2\theta$

24. $\operatorname{cosec}^2\theta - \cot^2\theta = 1$

$\operatorname{cosec}^2\theta = 1 + \cot^2\theta$

$\operatorname{cosec}^2\theta - 1 = \cot^2\theta$

25. সাগরে লবণ অনেক

sinθ লম্ব অতিভূজ

sin θ = লম্ব/অতিভূজ

cosecθ = অতিভূজ/লম্ব

26. কবরে ভূত অনেক

cosθ ভূমি অতিভূজ

cosθ = ভূমি/অতিভূজ

secθ = অতিভূজ/ভূমি

27. টেরা লম্বা ভূত

tanθ লম্ব ভূমি

tanθ = লম্ব/ভূমি

cotθ = ভূমি /লম্ব

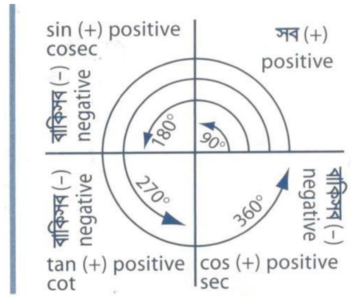
28. পিথাগোরাস সূত্রঃ (অতিভূজ)^2=(লম্ব)^2+(ভূমি)^2

29. সংযুক্ত কোণের ত্রিকোণমিতিক অনুপাত নির্ণয়ের নিয়মঃ

সংযুক্ত কোণটিকে $(n \times 90^0 \pm \theta)$ আকারে প্রকাশ করতে হবে যেখানে,n যে কোন পূর্ণসংখ্যা এবং θ সূক্ষ্মকোণ। তবে θ স্থূলকোণ হলেও এই নিয়ম প্রযোজ্য। অনুপাতের চিহ্ন নির্ণয়ের জন্য চতুর্ভাগ নিয়ম অনুসরণ করতে হবে। এখন,যে কোণ নিয়ে আলোচনা করবো শুধু সেই কোণের ঘরে পড়লে চিহ্ন ধনাত্তক হবে অন্যথায় ঋনাত্তক হবে। θ-এর আগে (+) হলে সামনের ঘর এবং θ-এর আগে (-) হলে পেছনের ঘর হবে। কোণ দেখে বুঝবো কোণ পরিবর্তন হবে কিনা n এর মান বিজোড় সংখ্যা হলে কোণ পরিবর্তন হবে অন্যথায়,n এর মান জোড় সংখ্যা হলে কোণ পরিবর্তন হবে না। সব সময় θ অপরিবর্তিত থাকবে।

30. <u>All</u> <u>Students</u> <u>Take</u> <u>Chemistry</u>

- **i.** **<u>A</u>ll**=All Positive
- **ii.** **<u>S</u>tudents**=Sin/Cosec
- **iii.** **<u>T</u>ake**=tan/cot
- **iv.** **<u>C</u>hemistry**=cos/sec



সীমাবদ্ধতা

1. $-1 \leqslant \sin\theta \leqslant +1$
2. $-1 \leqslant \cos\theta \leqslant +1$
3. $-1 \geqslant \sec\theta \geqslant +1$
4. $-1 \geqslant \operatorname{cosec}\theta \geqslant +1$
5. tanθ, cotθ সীমা নাই

31. n এর মান বিজোড় সংখ্যা হলে কোণ পরিবর্তন হবে।

Sine অনুপাত পরিবর্তিত হয়ে Cosine হবে।

Cosine অনুপাত পরিবর্তিত হয়ে Sine হবে।

tangent অনুপাত পরিবর্তিত হয়ে Cotangent হবে।

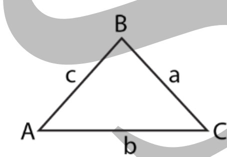
Cotangent অনুপাত পরিবর্তিত হয়ে tangent হবে।

Secant অনুপাত পরিবর্তিত হয়ে Cosecant হবে।

Cosecant অনুপাত পরিবর্তিত হয়ে Secant হবে।

32. n এর মান জোড় সংখ্যা হলে কোণ পরিবর্তন হবে না।

33. ত্রিভুজের কোণ নির্ণয় করার সূত্র,



$$\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$$

$$\cos B = \frac{c^2 + a^2 - b^2}{2ca}$$

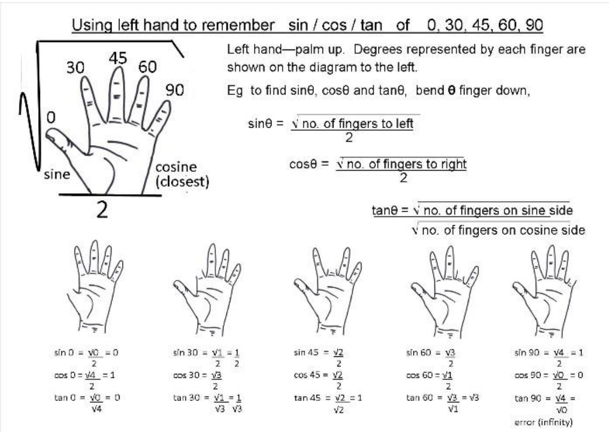
$$\cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$$

34.

ত্রিকোণমিতির আনুপাতিক মান

কোণের অনুপাত	0°	30°	45°	60°	90°
sin	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
cosec	অসংজ্ঞায়িত	2	$\sqrt{2}$	$\frac{2}{\sqrt{3}}$	1
cos	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$	0
sec	1	$\frac{2}{\sqrt{3}}$	$\sqrt{2}$	2	অসংজ্ঞায়িত
tan	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	অসংজ্ঞায়িত
cot	অসংজ্ঞায়িত	$\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	0

দ্রষ্টব্য: sinθ, cosθ tanθ -এর মানকে উল্টালে cosecθ secθ ও cotθ-এর মান পাওয়া যায়



অনুশীলনী-(7.1+7.7) (ত্রিকোণমিতিক অনুপাত ও সংযুক্ত কোণের ত্রিকোণমিতিক অনুপাতঃ

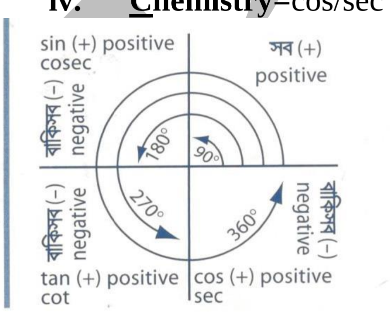
সূত্রাবলীঃ

1. সংযুক্ত কোণের ত্রিকোণমিতিক অনুপাত নির্ণয়ের নিয়মঃ

সংযুক্ত কোণটিকে $(n\times 90^0 \pm \theta)$ আকারে প্রকাশ করতে হবে যেখানে,n যে কোন পূর্ণসংখ্যা এবং θ সূক্ষ্মকোণ। তবে θ স্থুলকোণ হলেও এই নিয়ম প্রযোজ্য। অনুপাতের চিহ্ন নির্ণয়ের জন্য চতুর্ভাগ নিয়ম অনুসরণ করতে হবে। এখন,যে কোণ নিয়ে আলোচনা করবো শুধু সেই কোণের ঘরে পড়লে চিহ্ন ধনাত্তক হবে অন্যথায় ঋনাত্তক হবে। θ-এর আগে (+) হলে সামনের ঘর এবং θ-এর আগে (-) হলে পেছনের ঘর হবে। কোণ দেখে বুঝবো কোণ পরিবর্তন হবে কিনা n এর মান বিজোড় সংখ্যা হলে কোণ পরিবর্তন হবে অন্যথায়,n এর মান জোড় সংখ্যা হলে কোণ পরিবর্তন হবে না। সব সময় θ অপরিবর্তিত থাকবে।

2. <u>All</u> <u>Students</u> <u>Take</u> <u>Chemistry</u>

- **i.** **<u>All</u>**=All Positive
- **ii.** **<u>S</u>tudents**=Sin/Cosec
- **iii.** **<u>T</u>ake**=tan/cot
- **iv.** **<u>C</u>hemistry**=cos/sec



সীমাবদ্ধতা

1. $-1\leq\sin\theta\leq+1$
2. $-1\leq\cos\theta\leq+1$
3. $-1\geq\sec\theta\geq+1$
4. $-1\geq\text{cosec}\theta\geq+1$
5. $\tan\theta$, $\cot\theta$ সীমা নাই

3. n এর মান বিজোড় সংখ্যা হলে কোণ পরিবর্তন হবে।

Sine অনুপাত পরিবর্তিত হয়ে Cosine হবে।
Cosine অনুপাত পরিবর্তিত হয়ে Sine হবে।
tangent অনুপাত পরিবর্তিত হয়ে Cotangent হবে।
Cotangent অনুপাত পরিবর্তিত হয়ে tangent হবে।
Secant অনুপাত পরিবর্তিত হয়ে Cosecant হবে।
Cosecant অনুপাত পরিবর্তিত হয়ে Secant হবে।

4. n এর মান জোড় সংখ্যা হলে কোণ পরিবর্তন হবে না।

5. $\sin(-\theta)=-\sin\theta;\ \text{cosec}(-\theta)=-\text{cosec}\,\theta$
$\tan(-\theta)=-\tan\theta;\ \cot(-\theta)=-\cot\theta$

6. $\cos(-\theta)=\cos\theta;\ \sec(-\theta)=\sec\theta$

7.

$\sin(90^\circ-\theta)=\cos\theta,\ \cos(90^\circ-\theta)=\sin\theta,\ \tan(90^\circ-\theta)=\cot\theta$
$\sin(90^\circ+\theta)=\cos\theta,\ \cos(90^\circ+\theta)=-\sin\theta,\ \tan(90^\circ+\theta)=-\cot\theta$
$\sin(180^\circ-\theta)=\sin\theta,\ \cos(180^\circ-\theta)=-\cos\theta,\ \tan(180^\circ-\theta)=-\tan\theta$
$\sin(180^\circ+\theta)=-\sin\theta,\ \cos(180^\circ+\theta)=-\cos\theta,\ \tan(180^\circ+\theta)=\tan\theta$
$\sin(270^\circ-\theta)=-\cos\theta,\ \cos(270^\circ-\theta)=-\sin\theta,\ \tan(270^\circ-\theta)=\cot\theta$
$\sin(270^\circ+\theta)=-\cos\theta,\ \cos(270^\circ+\theta)=\sin\theta,\ \tan(270^\circ+\theta)=-\cot\theta$
$\sin(360^\circ-\theta)=-\sin\theta,\ \cos(360^\circ-\theta)=\cos\theta,\ \tan(360^\circ-\theta)=-\tan\theta$
$\sin(360^\circ+\theta)=\sin\theta,\ \cos(360^\circ+\theta)=\cos\theta,\ \tan(360^\circ+\theta)=\tan\theta$

8. $Sin(A+B)=\sin A\cos B+\cos A\sin B$
$Sin(A-B)=\sin A\cos B-\cos A\sin B$

9. $Cos(A+B)=\cos A\cos B-\sin A\sin B$
$Cos(A-B)=\cos A\cos B+\sin A\sin B$

10. $2\sin A\cos B=\sin(A+B)+\sin(A-B)$
$2\cos A\sin B=\sin(A+B)-\sin(A-B)$

11. $2\cos A\cos B=\cos(A-B)+\cos(A+B)$
$2\sin A\sin B=\cos(A-B)-\cos(A+B)$

12. $\sin C+\sin D=2\sin\frac{C+D}{2}\cos\frac{C-D}{2}$

$\sin C-\sin D=2\cos\frac{C+D}{2}\sin\frac{C-D}{2}$

13. $\cos C+\cos D=2\cos\frac{C+D}{2}\cos\frac{C-D}{2}$

$\cos C-\cos D=2\sin\frac{C+D}{2}\sin\frac{D-C}{2}$

14. $\tan(A+B)=\frac{\tan A+\tan B}{1-\tan A\tan B}$

$\tan(A-B)=\frac{\tan A-\tan B}{1+\tan A\tan B}$

15. $\sin(A+B)\sin(A-B)=\sin^2 A-\sin^2 B$
$=\cos^2 B-\cos^2 A$

16. $Cos(A+B)Cos(A-B)=\cos^2 A-\sin^2 B$
$=\cos^2 B-\sin^2 A$

17. $\cot(A+B)=\frac{\cot A\cot B-1}{\cot B+\cot A}$

$\cot(A-B)=\frac{\cot A\cot B+1}{\cot B-\cot A}$

18. $\sin 2A=2\sin A\cos A$

$\sin A=2\sin\frac{A}{2}\cos\frac{A}{2}$

$\sin 2A=\frac{2\tan A}{1+\tan^2 A}$

$$\sin A=\frac{2\tan\frac{A}{2}}{1+\tan^2\frac{A}{2}}$$

19. $$\cos 2A=\cos^2 A-\sin^2 A$$
$$\cos 2A=1-2\sin^2 A$$
$$2\sin^2 A=1-\cos 2A$$

20. $$\cos 2A=\cos^2 A-\sin^2 A$$
$$\cos 2A=2\cos^2 A-1$$
$$1+\cos 2A=2\cos^2 A$$

21. $$\cos A=\cos^2\frac{A}{2}-\sin^2\frac{A}{2}$$
$$\cos A=1-2\sin^2\frac{A}{2}$$
$$2\sin^2\frac{A}{2}=1-\cos A$$

22. $$\cos A=\cos^2\frac{A}{2}-\sin^2\frac{A}{2}$$
$$\cos A=2\cos^2\frac{A}{2}-1$$
$$1+\cos A=2\cos^2\frac{A}{2}$$

23. $$\tan 2A=\frac{2\tan A}{1-\tan^2 A}$$
$$\tan A=\frac{2\tan\frac{A}{2}}{1-\tan^2\frac{A}{2}}$$

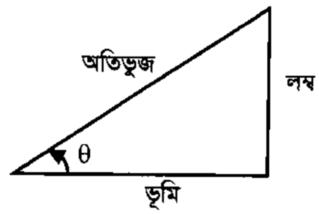
24. $$\cos 2A=\frac{1-\tan^2 A}{1+\tan^2 A}$$
$$\cos A=\frac{1-\tan^2\frac{A}{2}}{1+\tan^2\frac{A}{2}}$$

25. $$\sin 3A=3\sin A-4\sin^3 A$$
$$4\sin^3 A=3\sin A-\sin 3A$$
$$\sin A=3\sin\frac{A}{3}-4\sin^3\frac{A}{3}$$

26. $$\cos 3A=4\cos^3 A-3\cos A$$
$$4\cos^3 A=3\cos A+\cos 3A$$
$$\cos A=4\cos^3\frac{A}{3}-3\cos\frac{A}{3}$$

27. $$\tan 3A=\frac{3\tan A-\tan^3 A}{1-3\tan^2 A}$$
$$\tan A=\frac{3\tan\frac{A}{3}-\tan^3\frac{A}{3}}{1-3\tan^2\frac{A}{3}}$$

28.



29. সাগরে লবণ অনেক

sinθ লম্ব অতিভূজ

sin θ = লম্ব/অতিভূজ

cosecθ = অতিভূজ/লম্ব

30. কবরে ভূত অনেক

cosθ ভূমি অতিভূজ

cosθ = ভূমি/অতিভূজ

secθ = অতিভূজ/ভূমি

31. টেরা লম্বা ভূত

tanθ লম্ব ভূমি

tanθ = লম্ব/ভূমি

cotθ = ভূমি/লম্ব

32. পিথাগোরাস সূত্রঃ (অতিভূজ)^2=(লম্ব)^2+(ভূমি)^2

33. $$\sin\theta=\frac{1}{\operatorname{cosec}\theta},\ \operatorname{cosec}\theta=\frac{1}{\sin\theta}$$
$$\cos\theta=\frac{1}{\sec\theta},\quad \sec\theta=\frac{1}{\cos\theta}$$
$$\tan\theta=\frac{1}{\cot\theta},\quad \cot\theta=\frac{1}{\tan\theta}$$

34. $$\tan\theta=\frac{\sin\theta}{\cos\theta},\quad \cot\theta=\frac{\cos\theta}{\sin\theta}$$

35. $$\sin^2\theta+\cos^2\theta=1$$
$$\sin^2\theta=1-\cos^2\theta$$
$$\cos^2\theta=1-\sin^2\theta$$

36. $$\sec^2\theta-\tan^2\theta=1$$
$$\sec^2\theta=1+\tan^2\theta$$
$$\tan^2\theta=\sec^2\theta-1$$

37. $$\operatorname{cosec}^2\theta-\cot^2\theta=1$$
$$\operatorname{cosec}^2\theta=1+\cot^2\theta$$
$$\cot^2\theta=\operatorname{cosec}^2\theta-1$$

অনুশীলনী-7.7(ত্রিভুজের গুণাবলি):

38. $$\tan\frac{A-B}{2}=\frac{a-b}{a+b}\cot\frac{C}{2}$$
$$\tan\frac{B-C}{2}=\frac{b-c}{b+c}\cot\frac{A}{2}$$

$$\tan\frac{C-A}{2}=\frac{c-a}{c+a}\cot\frac{B}{2}$$

39. $$\sin\frac{A}{2}=\sqrt{\frac{(s-b)(s-c)}{bc}}$$

$$\sin\frac{B}{2}=\sqrt{\frac{(s-c)(s-a)}{ca}}$$

$$\sin\frac{C}{2}=\sqrt{\frac{(s-a)(s-b)}{ab}}$$

40. $$\cos\frac{A}{2}=\sqrt{\frac{s(s-a)}{bc}}$$

$$\cos\frac{B}{2}=\sqrt{\frac{s(s-b)}{ca}}$$

$$\cos\frac{C}{2}=\sqrt{\frac{s(s-c)}{ab}}$$

41. $$\tan\frac{A}{2}=\sqrt{\frac{(s-b)(s-c)}{s(s-a)}}$$

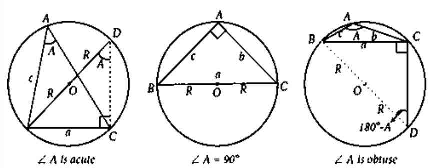
$$\tan\frac{B}{2}=\sqrt{\frac{(s-c)(s-a)}{s(s-b)}}$$

$$\tan\frac{C}{2}=\sqrt{\frac{(s-a)(s-b)}{s(s-c)}}$$

42. sine Rules: যে কোন ত্রিভুজ ABC এর ক্ষেত্রে,

$$\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}$$

43. sine Rules: যে কোন ত্রিভুজ ABC এর ক্ষেত্রে,



$$\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}=2R$$

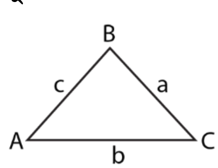
$$\frac{a}{\sin A}=2R,\frac{b}{\sin B}=2R,\frac{c}{\sin C}=2R$$

$$\therefore a=2R\sin A, b=2R\sin B, c=2R\sin C$$

44. যে কোন ত্রিভুজ ABC এর ক্ষেত্রে,

$$a=b\cos C+c\cos B$$
$$b=c\cos A+a\cos C$$
$$c=a\cos B+b\cos A$$

45. Cosine Rules: যে কোন ত্রিভুজ ABC এর ক্ষেত্রে,

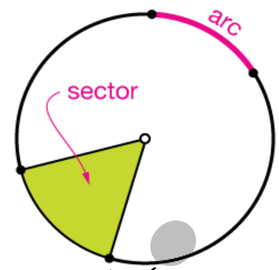


$$\cos A=\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}$$

$$\cos B=\frac{c^2+a^2-b^2}{2ca}$$

$$\cos C=\frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}$$

46.

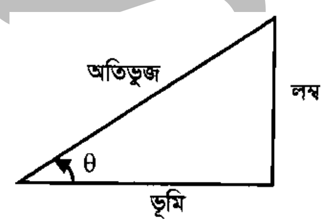


47. বৃত্তচাপের দৈর্ঘ্য, $s=r\theta$ (রেডিয়ান)

48. বৃত্তকলার ক্ষেত্রফল $=\frac{\theta}{360^0}\pi r^2$ (ডিগ্রি)

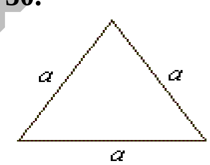
$=\frac{1}{2}r^2\theta$ (রেডিয়ান)

49.



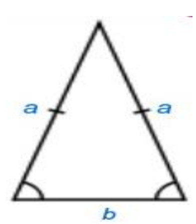
সমকোণী ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $=\frac{1}{2}\times$ ভূমি $\times$ উচ্চতা

50.



সমবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল, $\Delta=\frac{\sqrt{3}}{4}a^2$

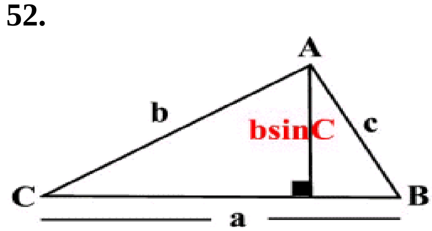
51.



সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল, $\Delta=\frac{b}{4}\sqrt{4a^2-b^2}$ যেখানে,

a=সমান সমান বাহুর দৈর্ঘ্য এবং b=অসমান বাহুর দৈর্ঘ্য।

52.

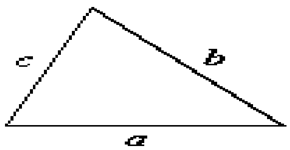


ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল,

$$\Delta = \frac{1}{2}bc\sin A = \frac{1}{2}ca\sin B = \frac{1}{2}ab\sin C$$

অর্থাৎ, $\Delta = \frac{1}{2} \times$ দুই বাহুর দৈর্ঘ্যের গুণফল $\times$ এদের অন্তর্ভুক্ত কোণের সাইন অনুপাত

53.



বিষমবাহু ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল,

$$\Delta = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

এখানে, a,b,c ত্রিভুজের বাহু ।

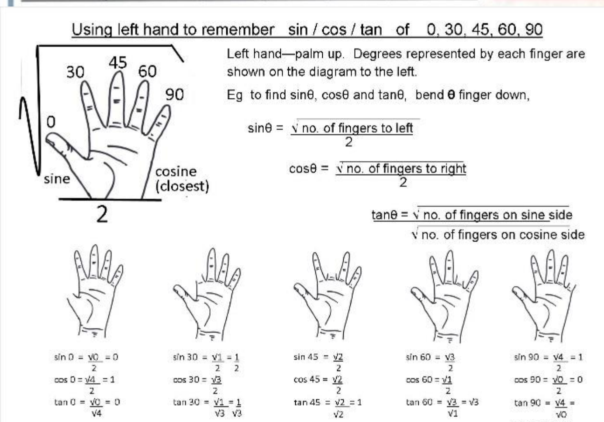
$\therefore$ ত্রিভুজের পরিসীমা $2s = a+b+c$

$\therefore$ ত্রিভুজের অর্ধ পরিসীমা, $s = \dfrac{a+b+c}{2}$

ত্রিকোণমিতির আনুপাতিক মান

কোণের অনুপাত	$0°$	$30°$	$45°$	$60°$	$90°$
sin	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
cosec	অসংজ্ঞায়িত	2	$\sqrt{2}$	$\frac{2}{\sqrt{3}}$	1
cos	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$	0
sec	1	$\frac{2}{\sqrt{3}}$	$\sqrt{2}$	2	অসংজ্ঞায়িত
tan	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	অসংজ্ঞায়িত
cot	অসংজ্ঞায়িত	$\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	0

দ্রষ্টব্য: sinθ, cosθ tanθ -এর মানকে উল্টালে cosecθ secθ ও cotθ-এর মান পাওয়া যায়



Differentiation(9.1-9.9):

সূত্রাবলীঃ

1. $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\sin x}{x} = 1$

$\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{x}{\sin x} = 1$

2. $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\tan x}{x} = 1$

$\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{x}{\tan x} = 1$

3. $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{e^x - 1}{x} = 1$

4. $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\ln(1+x)}{x} = 1$

5. $\lim\limits_{x \to 0} (1+x)^{\frac{1}{x}} = e$

$\lim\limits_{x \to \infty} (1+\frac{1}{x})^x = e$

6. $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{(1+x)^n - 1}{x} = n$

7. $\lim\limits_{x \to a} \dfrac{x^n - a^n}{x-a} = na^{n-1}$

8. $\lim\limits_{x \to 0} u(x).v(x) = \lim\limits_{x \to 0} u(x) \times \lim\limits_{x \to 0} v(x)$

9. $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{u(x)}{v(x)} = \dfrac{\lim\limits_{x \to 0} u(x)}{\lim\limits_{x \to 0} v(x)}$

10. $e^x = 1 + \dfrac{x}{1!} + \dfrac{x^2}{2!} + \dfrac{x^3}{3!} + \ldots\ldots\ldots\ldots$

$e^{-x} = 1 - \dfrac{x}{1!} + \dfrac{x^2}{2!} - \dfrac{x^3}{3!} + \ldots\ldots\ldots\ldots$

11. $a^x = 1 + \dfrac{x\ln a}{1!} + \dfrac{(x\ln a)^2}{2!} + \dfrac{(x\ln a)^3}{3!} \ldots\ldots$

12. $(a+x)^n = a^n + n_{C_1} a^{n-1} x + n_{C_2} a^{n-2} x^2 + \ldots\ldots\ldots$

$(a-x)^n = a^n + n_{C_1} a^{n-1}(-x) + n_{C_2} a^{n-2}(-x)^2 + \ldots\ldots\ldots$

এখানে, $n_{C_1} = \dfrac{n}{1!} = \dfrac{n}{1} = n$

$n_{C_2} = \dfrac{n(n-1)}{2!} = \dfrac{n(n-1)}{1.2} = \dfrac{n(n-1)}{2}$

$n_{C_3} = \dfrac{n(n-1)(n-2)}{3!} = \dfrac{n(n-1)(n-2)}{1.2.3} = \dfrac{n(n-1)(n-2)}{6}$

13. $\ln(1+x) = x - \dfrac{x^2}{2} + \dfrac{x^3}{3} - \dfrac{x^4}{4} + \ldots\ldots\ldots$

$\ln(1-x) = -x - \dfrac{x^2}{2} - \dfrac{x^3}{3} - \dfrac{x^4}{4} - \ldots\ldots\ldots$

14. $a^m \times a^n = a^{m+n}, \dfrac{a^m}{a^n} = a^{m-n}, (a^m)^n = a^{mn}$

15. $a^{-m} = \dfrac{1}{a^m}, a^0 = 1, (ab)^m = a^m b^m, (\dfrac{a}{b})^m = \dfrac{a^m}{b^m}$

16. $a^x = a^m \therefore x = m, a^m = b^m \therefore a = b$

17. $\log_k xy = \log_k x + \log_k y$

$\log_k (\dfrac{x}{y}) = \log_k x - \log_k y$

18. $\log_k x^m = m \log_k x$

19. $\log_a b = \dfrac{1}{\log_b a}$

20. $\log_a b \times \log_b a = 1$

21. $\log_k 1 = 0, \log_a a = 1$

22. $e^{\ln p} = p$

23. $\log_a x = \log_a e \times \log_e x = \log_a e \times \ln x$

24. $\log_x a = \log_x e \times \log_e a$

$$= \frac{1}{\log_e x} \times \ln a = \frac{1}{\ln x} \times \ln a$$

25. $\log x = \log_{10} x$

$\log_e x = \ln x$

26. $\frac{dy}{dx} = f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$

27. $\frac{d}{dx}(x^n) = nx^{n-1}$ $Ex: \frac{d}{dx}(x) = 1$

28. $\frac{d}{dx}(\frac{1}{x^n}) = -\frac{n}{x^{n+1}}$ $Ex: \frac{d}{dx}(\frac{1}{x}) = -\frac{1}{x^2}$

29. $\frac{d}{dx}(\sqrt{x}) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$

30. $\frac{d}{dx}(cx^n) = cnx^{n-1}$

31. $\frac{d}{dx}(c) = 0$

32. $\frac{d}{dx}\{cf(x)\} = c\frac{d}{dx}\{f(x)\}$; $Ex: \frac{d}{dx}(cx^n) = cnx^{n-1}$

33. $\frac{d}{dx}(e^x) = e^x$

34. $\frac{d}{dx}(e^{mx}) = me^{mx}$

35. $\frac{d}{dx}(a^x) = a^x.\ln a$; $a > 0$

36. $\frac{d}{dx}(\ln x) = \frac{1}{x}$

37. $\frac{d}{dx}(\log_a x) = \frac{1}{x}(\log_a e)$

38. $\frac{d}{dx}(\sin x) = \cos x$

39. $\frac{d}{dx}(\sin mx) = m\cos mx$

40. $\frac{d}{dx}(\cos x) = -\sin x$

41. $\frac{d}{dx}(\cos mx) = -m\sin mx$

42. $\frac{d}{dx}(\tan x) = \sec^2 x$

43. $\frac{d}{dx}(\cot x) = -\text{cosec}^2 x$

44. $\frac{d}{dx}(\sec x) = \sec x \tan x$

45. $\frac{d}{dx}(\text{cosec}\, x) = -\text{cosec}\, x \cot x$

46. $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{\frac{dx}{dy}}$

47. $\frac{dx}{dy} = \frac{1}{\frac{dy}{dx}}$

48. $\frac{d}{dx}(\sin^{-1} x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

49. $\frac{d}{dx}(\cos^{-1} x) = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

50. $\frac{d}{dx}(\tan^{-1} x) = \frac{1}{1+x^2}$

51. $\frac{d}{dx}(\cot^{-1} x) = -\frac{1}{1+x^2}$

52. $\frac{d}{dx}(\sec^{-1} x) = \frac{1}{x\sqrt{x^2-1}}$

53. $\frac{d}{dx}(\text{cosec}^{-1} x) = \frac{1}{-x\sqrt{x^2-1}}$

54. $\frac{d}{dx}(uv) = v\frac{d}{dx}(u) \pm u\frac{d}{dx}(v)$

55. $\frac{d}{dx}(\frac{u}{v}) = \frac{v\frac{du}{dx} - u\frac{dv}{dx}}{v^2}$

56. $\frac{d}{dx}(u^v) = u^v \frac{d}{dx}(v \ln u)$

57. $1 - x^2 \Rightarrow \sqrt{1-x^2}$ আকারে থাকলে $x = \sin\theta / \cos\theta$ ধরতে হবে।

$a^2 - x^2 \Rightarrow \sqrt{a^2 - x^2}$ আকারে থাকলে $x = a\sin\theta / a\cos\theta$ ধরতে হবে।

58. $1 + x^2 \Rightarrow \sqrt{1+x^2}$ আকারে থাকলে $x = \tan\theta / \cot\theta$ ধরতে হবে।

$a^2 + x^2 \Rightarrow \sqrt{a^2 + x^2}$ আকারে থাকলে $x = a\tan\theta / a\cot\theta$ ধরতে হবে।

59. $x^2 - 1 \Rightarrow \sqrt{x^2 - 1}$ আকারে থাকলে $x = \sec\theta / \text{cosec}\theta$ ধরতে হবে।

$x^2 - a^2 \Rightarrow \sqrt{x^2 - a^2}$ আকারে থাকলে $x = a\sec\theta / a\,\text{cosec}\theta$ ধরতে হবে।

60. $\frac{1+x}{1-x} \Rightarrow \frac{1-x}{1+x}$ আকারে থাকলে $x = \cos\theta / \tan\theta$ ধরতে হবে।

$\sqrt{\frac{1+x}{1-x}} \Rightarrow \sqrt{\frac{1-x}{1+x}}$ আকারে থাকলে $x=\cos\theta$ ধরতে হবে।

61. $\frac{a+x}{a-x} \Rightarrow \frac{a-x}{a+x}$ আকারে থাকলে $x=a\cos\theta / a\tan\theta$ ধরতে হবে।

$\sqrt{\frac{a+x}{a-x}} \Rightarrow \sqrt{\frac{a-x}{a+x}}$ আকারে থাকলে $x=a\cos\theta$ ধরতে হবে।

62. (x_1, y_1) **বিন্দুতে স্পর্শকের সমীকরণ,**

$$y-y_1=\frac{dy}{dx}(x-x_1)$$

63. (x_1, y_1) **বিন্দুতে অভিলম্বের সমীকরণ,**

$$y-y_1=-\frac{1}{\frac{dy}{dx}}(x-x_1)$$

64. স্পর্শকটি x-অক্ষের সমান্তরাল/ y-অক্ষের উপর লম্ব হলে ,

$$\frac{dy}{dx}=0$$

65. স্পর্শকটি y-অক্ষের সমান্তরাল/ x-অক্ষের উপর লম্ব হলে ,

$$\frac{1}{\frac{dy}{dx}}=0 \Rightarrow \frac{dy}{dx}=\infty$$

66. (i). প্রথমে পরপর দুইবার অন্তরীকরণ $(\frac{dy}{dx})$ **এবং** $\frac{d^2y}{dx^2}$ **করতে হবে।**

(ii). লঘিষ্ঠ ও গরিষ্ঠ মানের জন্য একবার অন্তরীকরণ শূন্য $(\frac{dy}{dx}=0)$ **ধরতে হবে। এখান থেকে x এর মান বের হবে।**

(iii). এই x এর মান দুইবার অন্তরীকরণে বসাতে হবে।

(iv). $\frac{d^2y}{dx^2}>0$ **হলে লঘিষ্ঠ মান পাওয়া যাবে।** $\frac{d^2y}{dx^2}<0$ **হলে গরিষ্ঠ মান পাওয়া যাবে।**

(v). তারপর এই x এর মান মেইন ফাংশনে বসালে লঘিষ্ঠ ও গরিষ্ঠ মান পাওয়া যাবে।

67. $2\tan^{-1}x=\tan^{-1}(\frac{2x}{1-x^2})$

$$=\sin^{-1}(\frac{2x}{1+x^2})=\cos^{-1}(\frac{1-x^2}{1+x^2})$$

68. $\tan^{-1}x+\tan^{-1}y=\tan^{-1}(\frac{x+y}{1-xy})$

$$\tan^{-1}x-\tan^{-1}y=\tan^{-1}(\frac{x-y}{1+xy})$$

69. $\tan^{-1}x+\tan^{-1}y+\tan^{-1}z=\tan^{-1}\{\frac{x+y+z-xyz}{1-yz-zx-xy}\}$

70. $\sin^{-1}x+\sin^{-1}y=\sin^{-1}\{x\sqrt{1-y^2}+y\sqrt{1-x^2}\}$

$$\sin^{-1}x-\sin^{-1}y=\sin^{-1}\{x\sqrt{1-y^2}-y\sqrt{1-x^2}\}$$

71. $\cos^{-1}x+\cos^{-1}y=\cos^{-1}\left\{xy-\sqrt{(1-x^2)(1-y^2)}\right\}$

$$\cos^{-1}x-\cos^{-1}y=\cos^{-1}\left\{xy+\sqrt{(1-x^2)(1-y^2)}\right\}$$

72. $\sin^2(\sin^{-1}x)=(\sin\sin^{-1}x)^2=x^2$

73. $\sin\sin^{-1}x=\cos\cos^{-1}x=\tan\tan^{-1}x=x$

74. $Sin(A+B)=\sin A\cos B+\cos A\sin B$

$Sin(A-B)=\sin A\cos B-\cos A\sin B$

75. $Cos(A+B)=\cos A\cos B-\sin A\sin B$

$Cos(A-B)=\cos A\cos B+\sin A\sin B$

76. $2\sin A\cos B=\sin(A+B)+\sin(A-B)$

$2\cos A\sin B=\sin(A+B)-\sin(A-B)$

77. $2\cos A\cos B=\cos(A-B)+\cos(A+B)$

$2\sin A\sin B=\cos(A-B)-\cos(A+B)$

78. $\sin C+\sin D=2\sin\frac{C+D}{2}\cos\frac{C-D}{2}$

$$\sin C-\sin D=2\cos\frac{C+D}{2}\sin\frac{C-D}{2}$$

79. $\cos C+\cos D=2\cos\frac{C+D}{2}\cos\frac{C-D}{2}$

$$\cos C-\cos D=2\sin\frac{C+D}{2}\sin\frac{D-C}{2}$$

80. $\tan(A+B)=\frac{\tan A+\tan B}{1-\tan A\tan B}$

$$\tan(A-B)=\frac{\tan A-\tan B}{1+\tan A\tan B}$$

81. $\cot(A+B)=\frac{\cot A\cot B-1}{\cot B+\cot A}$

$$\cot(A-B)=\frac{\cot A\cot B+1}{\cot B-\cot A}$$

82. $\sin 2A=2\sin A\cos A$

$$\sin A=2\sin\frac{A}{2}\cos\frac{A}{2}$$

$$\sin 2A=\frac{2\tan A}{1+\tan^2 A}$$

$$\sin A=\frac{2\tan\frac{A}{2}}{1+\tan^2\frac{A}{2}}$$

83. $\cos 2A=\cos^2 A-\sin^2 A$

$\cos 2A=1-2\sin^2 A=2\cos^2 A-1$

$1-\cos 2A=2\sin^2 A$

$1+\cos 2A=2\cos^2 A$

84. $\cos A=\cos^2\frac{A}{2}-\sin^2\frac{A}{2}$

$$\cos A=1-2\sin^2\frac{A}{2}=2\cos^2\frac{A}{2}-1$$

$$1-\cos A = 2\sin^2\frac{A}{2}$$

$$1+\cos A = 2\cos^2\frac{A}{2}$$

85. $$\tan 2A = \frac{2\tan A}{1-\tan^2 A}$$

$$\tan A = \frac{2\tan\frac{A}{2}}{1-\tan^2\frac{A}{2}}$$

86. $$\cos 2A = \frac{1-\tan^2 A}{1+\tan^2 A}$$

$$\cos A = \frac{1-\tan^2\frac{A}{2}}{1+\tan^2\frac{A}{2}}$$

87. $$\sin 3A = 3\sin A - 4\sin^3 A$$

$$4\sin^3 A = 3\sin A - \sin 3A$$

$$\sin A = 3\sin\frac{A}{3} - 4\sin^3\frac{A}{3}$$

88. $$\cos 3A = 4\cos^3 A - 3\cos A$$

$$4\cos^3 A = 3\cos A + \cos 3A$$

$$\cos A = 4\cos^3\frac{A}{3} - 3\cos\frac{A}{3}$$

89. $$\tan 3A = \frac{3\tan A - \tan^3 A}{1-3\tan^2 A}$$

$$\tan A = \frac{3\tan\frac{A}{3} - \tan^3\frac{A}{3}}{1-3\tan^2\frac{A}{3}}$$

90. $\sin(-\theta) = -\sin\theta; \mathrm{cosec}(-\theta) = -\mathrm{cosec}\,\theta$

$\tan(-\theta) = -\tan\theta; \cot(-\theta) = -\cot\theta$

91. $\cos(-\theta) = \cos\theta; \sec(-\theta) = \sec\theta$

92. $$\sin\theta = \frac{1}{\mathrm{cosec}\,\theta}, \mathrm{cosec}\,\theta = \frac{1}{\sin\theta}$$

$$\cos\theta = \frac{1}{\sec\theta}, \quad \sec\theta = \frac{1}{\cos\theta}$$

$$\tan\theta = \frac{1}{\cot\theta}, \quad \cot\theta = \frac{1}{\tan\theta}$$

93. $$\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta}, \quad \cot\theta = \frac{\cos\theta}{\sin\theta}$$

94. $\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$

$\sin^2\theta = 1 - \cos^2\theta$

$\cos^2\theta = 1 - \sin^2\theta$

95. $\sec^2\theta - \tan^2\theta = 1$

$\sec^2\theta = 1 + \tan^2\theta$

$\tan^2\theta = \sec^2\theta - 1$

96. $\mathrm{cosec}^2\theta - \cot^2\theta = 1$

$\mathrm{cosec}^2\theta = 1 + \cot^2\theta$

$\cot^2\theta = \mathrm{cosec}^2\theta - 1$

97. সাগরে লবণ অনেক

$\sin\theta$ লম্ব অতিভূজ

$\sin\theta$ = লম্ব/অতিভূজ

98. কবরে ভূত অনেক

$\cos\theta$ ভূমি অতিভূজ

$\cos\theta$ = ভূমি/অতিভূজ

99. টেরা লম্বা ভূত

$\tan\theta$ লম্ব ভূমি

$\tan\theta$ = লম্ব/ ভূমি

100. সংযুক্ত কোণের ত্রিকোণমিতিক অনুপাত নির্ণয়ের নিয়মঃ

সংযুক্ত কোণটিকে $(n\times 90^0 \pm \theta)$ আকারে প্রকাশ করতে হবে যেখানে,n যে কোন পূর্ণসংখ্যা এবং θ সূক্ষ্মকোণ। তবে θ স্থূলকোণ হলেও এই নিয়ম প্রযোজ্য। অনুপাতের চিহ্ন নির্ণয়ের জন্য চতুর্ভাগ নিয়ম অনুসরণ করতে হবে। এখন,যে কোণ নিয়ে আলোচনা করবো শুধু সেই কোণের ঘরে পড়লে চিহ্ন ধনাত্তক হবে অন্যথায় ঋনাত্তক হবে। θ-এর আগে (+) হলে সামনের ঘর এবং θ-এর আগে (-) হলে পেছনের ঘর হবে। কোণ দেখে বুঝবো কোণ পরিবর্তন হবে কিনা n এর মান বিজোড় সংখ্যা হলে কোণ পরিবর্তন হবে অন্যথায়,n এর মান জোড় সংখ্যা হলে কোণ পরিবর্তন হবে না। সব সময় θ অপরিবর্তিত থাকবে।

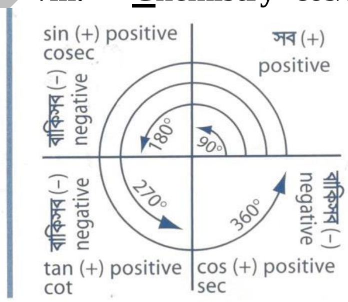
101. **__A__ll __S__tudents __T__ake __C__hemistry**

v. **__All__**=All Positive

vi. **__S__tudents**=Sin/Cosec

vii. **__T__ake**=tan/cot

viii. **__C__hemistry**=cos/sec



সীমাবদ্ধতা

1. $-1 \leqslant \sin\theta \leqslant +1$
2. $-1 \leqslant \cos\theta \leqslant +1$
3. $-1 \geqslant \sec\theta \geqslant +1$
4. $-1 \geqslant \mathrm{cosec}\,\theta \geqslant +1$
5. $\tan\theta$, $\cot\theta$ সীমা নাই

102.

i. **n এর মান বিজোড় সংখ্যা হলে কোণ পরিবর্তন হবে।**

Sine অনুপাত পরিবর্তিত হয়ে **Cosine** হবে।

Cosine অনুপাত পরিবর্তিত হয়ে **Sine** হবে।

tangent অনুপাত পরিবর্তিত হয়ে **Cotangent** হবে।

Cotangent অনুপাত পরিবর্তিত হয়ে **tangent** হবে।

Secant অনুপাত পরিবর্তিত হয়ে **Cosecant** হবে।

Cosecant অনুপাত পরিবর্তিত হয়ে **Secant** হবে।

ii. **n এর মান জোড় সংখ্যা হলে কোণ পরিবর্তন হবে না।**

সূত্রাবলীঃ

Differential-(অন্তরীকরণ):

1. $\frac{d}{dx}(x^n) = nx^{n-1}.$
2. $\frac{d}{dx}(cx^n) = cnx^{n-1}$
3. $\frac{d}{dx}(\sqrt{x}) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$
4. $\frac{d}{dx}(e^x) = e^x$
5. $\frac{d}{dx}(e^{mx}) = me^{mx}$
6. $\frac{d}{dx}(a^x) = a^x.\ln a$
7. $\frac{d}{dx}(\ln x) = \frac{1}{x}$
8. $\frac{d}{dx}(\sin x) = \cos x$
9. $\frac{d}{dx}(\sin mx) = m\cos mx$
10. $\frac{d}{dx}(\cos x) = -\sin x$
11. $\frac{d}{dx}(\cos mx) = -m\sin mx$
12. $\frac{d}{dx}(\tan x) = \sec^2 x$
13. $\frac{d}{dx}(\cot x) = -\mathrm{cosec}^2 x$
14. $\frac{d}{dx}(\sec x) = \sec x \tan x$
15. $\frac{d}{dx}(\mathrm{cosec}\, x) = -\mathrm{cosec}\, x \cot x$
16. $\frac{d}{dx}(\sin^{-1} x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
17. $\frac{d}{dx}(\cos^{-1} x) = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
18. $\frac{d}{dx}(\tan^{-1} x) = \frac{1}{1+x^2}$
19. $\frac{d}{dx}(\cot^{-1} x) = -\frac{1}{1+x^2}$
20. $\frac{d}{dx}(\sec^{-1} x) = \frac{1}{x\sqrt{x^2-1}}$
21. $\frac{d}{dx}(\mathrm{cosec}^{-1} x) = \frac{1}{-x\sqrt{x^2-1}}$
22. $\frac{d}{dx}(uv) = v\frac{d}{dx}(u) + u\frac{d}{dx}(v)$
23. $\frac{d}{dx}(\frac{u}{v}) = \frac{v\frac{du}{dx} - u\frac{dv}{dx}}{v^2}$
24. $1-x^2 \Rightarrow \sqrt{1-x^2}$ আকারে থাকলে $x = \sin\theta / \cos\theta$ ধরতে হবে।

    $a^2 - x^2 \Rightarrow \sqrt{a^2 - x^2}$ আকারে থাকলে $x = a\sin\theta / a\cos\theta$ ধরতে হবে।
25. $1+x^2 \Rightarrow \sqrt{1+x^2}$ আকারে থাকলে $x = \tan\theta / \cot\theta$ ধরতে হবে।

    $a^2 + x^2 \Rightarrow \sqrt{a^2 + x^2}$ আকারে থাকলে $x = a\tan\theta / a\cot\theta$ ধরতে হবে।
26. $x^2 - 1 \Rightarrow \sqrt{x^2 - 1}$ আকারে থাকলে $x = \sec\theta / \mathrm{cosec}\theta$ ধরতে হবে।

    $x^2 - a^2 \Rightarrow \sqrt{x^2 - a^2}$ আকারে থাকলে $x = a\sec\theta / a\,\mathrm{cosec}\theta$ ধরতে হবে।
27. $\frac{1+x}{1-x} \Rightarrow \frac{1-x}{1+x}$ আকারে থাকলে $x = \cos\theta / \tan\theta$ ধরতে হবে।

    $\sqrt{\frac{1+x}{1-x}} \Rightarrow \sqrt{\frac{1-x}{1+x}}$ আকারে থাকলে $x = \cos\theta$ ধরতে হবে।
28. $\frac{a+x}{a-x} \Rightarrow \frac{a-x}{a+x}$ আকারে থাকলে $x = a\cos\theta / a\tan\theta$ ধরতে হবে।

    $\sqrt{\frac{a+x}{a-x}} \Rightarrow \sqrt{\frac{a-x}{a+x}}$ আকারে থাকলে $x = a\cos\theta$ ধরতে হবে।

Integral- (যোগজীকরণ):

1. $\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + c$

   $\int dx = \int x^0 dx = \frac{x^{0+1}}{0+1} = \frac{x^1}{1} = x + c$
2. $\int a dx = ax + c$
3. $\int \frac{1}{\sqrt{x}} dx = 2\sqrt{x} + c \ [x > 0]$
4. $\int e^x dx = e^x + c$
5. $\int e^{mx} = \frac{1}{m} e^{mx} + c$
6. $\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + c$

7. $\int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + c \quad [x>0]$

8. $\int \cos x dx = \sin x + c$

9. $\int \cos mx dx = \frac{1}{m} \sin mx. + c$

10. $\int \sin x dx = -\cos x + c$

11. $\int \sin mx dx = -\frac{1}{m} \cos mx + c$

12. $\int \sec^2 x dx = \tan x + c$

13. $\int \operatorname{cosec}^2 x dx = -\cot x + c$

14. $\int \sec x . \tan x dx = \sec x + c$

15. $\int \operatorname{cosec} x . \cot x dx = -\operatorname{cosec} x + c$

16. $\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = \sin^{-1} \frac{x}{a} + c$

$\int \frac{dx}{\sqrt{1 - x^2}} = \sin^{-1} x + c$

17. $\int \frac{dx}{\sqrt{1 - x^2}} = -\cos^{-1} x + c$

18. $\int \frac{dx}{a^2 + x^2} = \frac{1}{a} \tan^{-1} \frac{x}{a} + c$

$\int \frac{dx}{1 + x^2} = \tan^{-1} x + c$

19. $\int \frac{dx}{1 + x^2} = -\cot^{-1} x + c$

20. $\int \frac{dx}{x\sqrt{x^2 - 1}} = \sec^{-1} x + c$

21. $\int \frac{dx}{x\sqrt{x^2 - 1}} = -\operatorname{cosec}^{-1} x + c$

22. $\int uv dx = u \int v dx - \int \{\frac{d}{dx}(u) \int v dx\} dx.$

23. $\int \frac{dx}{a^2 - x^2} = \frac{1}{2a} \ln\left|\frac{a+x}{a-x}\right| + c$

24. $\int \frac{dx}{x^2 - a^2} = \frac{1}{2a} \ln\left|\frac{x-a}{x+a}\right| + c [x > a]$

25. $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + a^2}} = \ln(x + \sqrt{x^2 + a^2}) + c$

26. $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 - a^2}} = \ln(x + \sqrt{x^2 - a^2}) + c$

27. $\int \sqrt{a^2 - x^2} dx = \frac{x\sqrt{a^2 - x^2}}{2} + \frac{a^2}{2} \sin^{-1} \frac{x}{a} + c$

28. $\int \sqrt{x^2 + a^2} dx = \frac{x\sqrt{x^2 + a^2}}{2} + \frac{a^2}{2} \ln(x + \sqrt{x^2 + a^2}) + c$

29. $\int \sqrt{x^2 - a^2} dx = \frac{x\sqrt{x^2 - a^2}}{2} - \frac{a^2}{2} \ln(x + \sqrt{x^2 - a^2}) + c$

30. $\int \tan x dx = -\ln|\cos x| = \ln|\sec x| + c$

31. $\int \cot x dx = \ln|\sin x| + c$

32. $\int \sec x dx = \ln\left|\tan(\frac{\pi}{4} + \frac{x}{2})\right| = \ln|\sec x + \tan x| + c$

33. $\int \operatorname{cosec} x dx = \ln\left|\tan \frac{x}{2}\right| = -\ln|\operatorname{cosec} x + \cot x| + c$

34. $\int e^x \{f(x) + f'(x)\} dx = e^x f(x) + c$

35. $\int e^{ax} \sin bx dx = \frac{e^{ax}}{a^2 + b^2}(a \sin bx - b \cos bx) + c$

$= \frac{e^{ax}}{\sqrt{a^2 + b^2}} \sin(bx - \tan^{-1} \frac{b}{a}) + c$

36. $\int e^{ax} \cos bx dx = \frac{e^{ax}}{a^2 + b^2}(a \cos bx + b \sin bx) + c$

$= \frac{e^{ax}}{\sqrt{a^2 + b^2}} \cos(bx - \tan^{-1} \frac{b}{a}) + c$

37. $\int a^x \sin bx dx = \frac{a^x}{(\ln a)^2 + b^2}(\ln a \sin bx - b \cos bx) + c$

$= \frac{e^{ax}}{\sqrt{(\ln a)^2 + b^2}} \sin(bx - \tan^{-1} \frac{b}{\ln a}) + c$

38. $\int e^{ax} \cos bx dx = \frac{a^x}{(\ln a)^2 + b^2}(\ln a \cos bx + b \sin bx) + c$

$= \frac{e^{ax}}{\sqrt{(\ln a)^2 + b^2}} \cos(bx - \tan^{-1} \frac{b}{\ln a}) + c$

39. $\int \frac{f'(x) dx}{f(x)} = \ln f(x) + c$

40. $\int \frac{f'(x) dx}{\sqrt{f(x)}} = 2\sqrt{f(x)} + c$

41. $\int_a^b f(x) dx = -\int_b^a f(x) dx$

42. $y = f(x)$ বক্ররেখার ক্ষেত্রফল নির্ণয় করার সুত্র $= \int_a^b y dx$

43. $y_1 = f_1(x)$ ও $y_2 = f_2(x)$ বক্ররেখার ক্ষেত্রফল নির্ণয় করার সূত্র $= \int_a^b (y_1 - y_2)dx$

44. Rules- যদি কোন ইন্টিগ্রাল $\int \frac{dx}{Constant \pm \sin x}$ আকারের হয় তবে হরের অনুবন্ধী দ্বারা গুণ করে দুটি আলাদা অংশে বিভক্ত করে ইন্টিগ্রেশনের সূত্র প্রয়োগ করতে হবে।

Examples: (i). $\int \frac{dx}{1+\sin x}$ (ii). $\int \frac{dx}{1-\sin x}$

45. Rules- যদি কোন ইন্টিগ্রাল $\int \frac{dx}{Constant \pm \cos x}$ আকারের হয় তবে ত্রিকোণমিতিক সূত্র প্রয়োগ করার পর ইন্টিগ্রেশনের সূত্র প্রয়োগ করতে হবে।

Examples: (i). $\int \frac{dx}{1+\cos x}$ (ii). $\int \frac{dx}{1-\cos x}$

46. Rules- যদি কোন ইন্টিগ্রাল $\int \frac{dx}{a+be^{kx}}$ আকারের হয় তবে লব ও হরকে e^{-kx} দ্বারা গুণ করার পর ইন্টিগ্রেশনের সূত্র প্রয়োগ করতে হবে। **Examples:**

(i). $\int \frac{dx}{1+e^x}$ (ii). $\int \frac{dx}{1+e^{-x}}$ (iii). $\int \frac{dx}{e^{-x}+e^x}$

47. Rules- যদি লবের ঘাত ও হরের ঘাত সমান হয় তবে হরকে হুবহু লবের স্থানে বসিয়ে সমতা করে বণ্টন বিধি প্রয়োগ করার পরে ইন্টিগ্রেশনের সূত্র প্রয়োগ করতে হবে।

উদাহরণঃ (i). $\int \frac{xdx}{x+1}$

48. Rules- যদি কোন ইন্টিগ্রাল $\int \sqrt{\frac{ax+b}{cx+d}}dx$ or,

$\int \frac{\sqrt{ax+b}}{\sqrt{cx+d}}dx$ আকারে থাকে, তাহলে লব ও হরকে লব দ্বারা গুণ করে লবকে বর্গমূল মুক্ত করতে হবে। তারপর বণ্টন বিধি প্রয়োগ করে ইন্টিগ্রেশনের সূত্র প্রয়োগ করতে হবে।

49. Rules- যদি কোন ইন্টিগ্রাল $\int \frac{dx}{ax^2+bx+c}$,

$\int \frac{dx}{\sqrt{ax^2+bx+c}}$ এবং $\int \sqrt{ax^2+bx+c}.dx$ এর যেকোনো এক আকারে থাকে, তাহলে x^2 এর সহগ মুক্ত করে রাশিটিকে দুইটি রাশির বর্গের সমষ্টি বা অন্তররুপে প্রকাশ করে ইন্টিগ্রেশনের সূত্র প্রয়োগ করতে হবে।

50. Rules- যদি কোন ইন্টিগ্রাল

$$\int \frac{dx}{(ax+b)\sqrt{px+q}}, \int \frac{dx}{(ax^2+bx+c)\sqrt{px+q}}$$

এর যেকোনো এক আকারে থাকে, তাহলে $px+q=z^2$ ধরে সরলীকরণ করার পর ইন্টিগ্রেশনের সূত্র প্রয়োগ করতে হবে।

51. যদি কোন ইন্টিগ্রাল

$$\int \frac{dx}{(ax^2+b)\sqrt{px^2+q}}, \int \frac{dx}{(px+q)\sqrt{ax^2+bx+c}}$$

এর যেকোনো এক আকারে থাকে, তাহলে $x = \frac{1}{z}$ ধরে সরলীকরণ করার পর বর্গমূল এর ভিতরের রাশিমালাকে পুনরায় u^2 ধরে সরলীকরণ করার পর ইন্টিগ্রেশনের সূত্র প্রয়োগ করতে হবে।

52. Rules- যদি কোন ইন্টিগ্রাল

$\int \frac{x}{(ax^2+b)\sqrt{px^2+q}}dx$ আকারে থাকে, তাহলে

$px^2+q=z^2$ ধরে সরলীকরণ করার পর ইন্টিগ্রেশনের সূত্র প্রয়োগ করতে হবে।

53. Rules- যদি কোন ইন্টিগ্রাল

$$\int \frac{dx}{a\cos^2 x + b\sin^2 x}, \int \frac{dx}{a+b\sin^2 x}, \int \frac{dx}{a+b\cos^2 x}$$

এর যেকোনো এক আকারে থাকে, তাহলে লব ও হরকে $\cos^2 x$ দ্বারা ভাগ করে সরলীকরণ করার পর $\tan x = z$ ধরে ইন্টিগ্রেশনের সূত্র প্রয়োগ করতে হবে।

54. Rules- যদি কোন ইন্টিগ্রাল $\int \frac{dx}{\sin^m x \cos^n x}$ আকারের হয় এবং $m+n=p$ জোড় সংখ্যা হয় তবে লব ও হরকে $\cos^2 x$ দ্বারা ভাগ করে সরলীকরণ করার পর $\tan x = z$ ধরে ইন্টিগ্রেশনের সূত্র প্রয়োগ করতে হবে।

55. Rules- যদি কোন ইন্টিগ্রাল $\int \frac{dx}{\sin^m x + \cos^m x}$ আকারের হয় এবং m জোড় সংখ্যা হয় তবে লব ও হরকে $\cos^2 x$ দ্বারা ভাগ করে সরলীকরণ করার পর $\tan x = z$ ধরে ইন্টিগ্রেশনের সূত্র প্রয়োগ করতে হবে।

56. Rules- যদি কোন ইন্টিগ্রাল

$$\int \frac{dx}{a\sin x + b\cos x + c}, \int \frac{dx}{a+b\cos x}, \int \frac{dx}{a+b\sin x}$$

এর যেকোনো এক আকারে থাকে, তাহলে

$\sin x = \frac{2\tan\frac{x}{2}}{1+\tan^2\frac{x}{2}}, \cos x = \frac{1-\tan^2\frac{x}{2}}{1+\tan^2\frac{x}{2}}$ প্রদত্ত ইন্টিগ্রেশনে স্থাপন করিয়া সরলীকরণ করতে হবে। তারপর $\tan\frac{x}{2} = z$ ধরে পুনরায় সরলীকরণ করার পর ইন্টিগ্রেশনের সূত্র প্রয়োগ করতে হবে।

57. Rules- যদি কোন ইন্টিগ্রাল

$\int \frac{p\sin x + q\cos x + r}{a\sin x + b\cos x + c}dx$ আকারে থাকে, তাহলে

লব= l (হর) + m $\frac{d}{dx}$(হর) +n এর মাধমে প্রতিস্থাপন করে ইন্টিগ্রেশনের সূত্র প্রয়োগ করতে হবে।

58. Rules- যদি কোন ইন্টিগ্রাল $\int \frac{a+bx^{\frac{p}{q}}}{c+dx^{\frac{r}{s}}}dx$ আকারের হয় এবং q ও s এর ল সা গু n হয়, তবে $x = z^n$ ধরে সরলীকরণ করতে হবে। পরবর্তীতে আংশিক ভগ্নাংশ ব্যবহার করে ইন্টিগ্রেশনের সূত্র প্রয়োগ করতে হবে।

59. " LIATE "

এখানে, **L**=লগারিদম ফাংশন

$(\log e^x = \ln x, \log x, \log a^x ......)$

I=বিপরীত ত্রিকোণমিতিক ফাংশন

$(\sin^{-1}x, \operatorname{cosec}^{-1}x, \cos^{-1}x, \sec^{-1}x, \tan^{-1}x, \cot^{-1}x)$

A=বীজগণিতয় ফাংশন (x,1,2,3…..)

T= ত্রিকোণমিতিক ফাংশন

$(\sin x, \operatorname{cosec} x, \cos x, \sec x, \tan x, \cot x)$

E=সূচকীয় ফাংশন $(e^x, a^x, 10^x...)$

বিঃ দ্রঃ- $\int uv\,dx = u\int vdx - \int(\frac{d}{dx}(u)\int vdx)dx.$

"LIATE" শব্দটির মধ্যে যে বর্ণটি আগে থাকবে সেই বর্ণটিকে u এবং অন্যটিকে v ধরে ইন্টিগ্রেশনের সূত্র প্রয়োগ করতে হবে। যদি কোনো যোগজীয় রাশি **LIATE** শব্দের শর্তকে সিদ্ধ না করে সেক্ষেত্রে যে ফাংশনটিকে সহজে যোগজীকরণ করা যায় না তাকে **u** ধরতে হবে।

60. আংশিক ভগ্নাংশে বিভক্ত করার কৌশল:

(i). যদি $\frac{1}{(x-l)(x-m)}$ আকৃতির হয় তবে

$$\frac{1}{(x-l)(x-m)} \equiv \frac{1}{(x-l)(l-m)} + \frac{1}{(x-m)(m-l)}$$

[Cover up rules]

(ii). যদি $\frac{ax^2+bx+c}{(x-l)(x-m)(x-n)}$ আকৃতির হয় তবে

$$\frac{ax^2+bx+c}{(x-l)(x-m)(x-n)} \equiv \frac{A}{x-l} + \frac{B}{x-m} + \frac{C}{x-n}$$

(iii). যদি $\frac{ax^2+bx+c}{(x-l)^2(x-m)}$ আকৃতির হয় তবে

$$\frac{ax^2+bx+c}{(x-l)^2(x-m)} \equiv \frac{A}{x-l} + \frac{B}{(x-l)^2} + \frac{C}{x-m}$$

(iv). যদি $\frac{ax^2+bx+c}{(x^2+lx+m)(x+n)}$ আকৃতির হয় তবে

$$\frac{ax^2+bx+c}{(x^2+lx+m)(x+n)} \equiv \frac{Ax+B}{x^2+lx+m} + \frac{C}{x+n}$$

(v). যদি $\frac{ax^2+bx+c}{(x^2+lx+m)(x+n)}$ আকৃতির হয় তবে

$$\frac{ax^2+bx+c}{(x^2+lx+m)^2(x+n)} \equiv \frac{Ax+B}{(x^2+lx+m)} + \frac{Cx+D}{(x^2+lx+m)^2} + \frac{E}{x+n}$$

২য় পত্রঃ

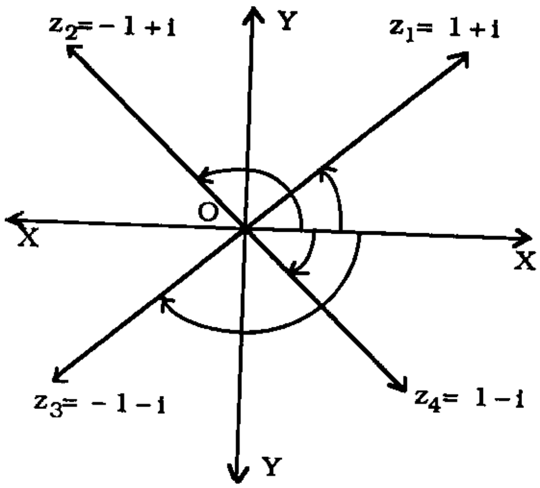
অনুশীলনী-1(বাস্তব সংখ্যা):

সূত্রাবলীঃ

1. $|x| < \alpha \therefore -\alpha < x < \alpha$
2. $|x| \le \alpha \therefore -\alpha \le x \le \alpha$
3. $|x| > \alpha$; যখন $x > 0$ তখন, $x > \alpha$
   এবং $x < 0$ তখন, $-x > \alpha$
4. কোনও অসমতাকে ঋনাত্তক চিহ্ন দ্বারা গুণ করলে অসমতার দিক বিপরীত হবে।
5. কোনও অসমতাকে ব্যাস্তকরন(উল্টা) করলে অসমতার দিক বিপরীত হবে।
   $|x| = x; x > 0$
6. $0; x = 0$
   $-x; x < 0$
7. $|x| \ge x$
8. $|x|^2 = x^2$
9. $|ab| = |a|.|b|$, $\left|\frac{a}{b}\right| = \frac{|a|}{|b|}$
10. $|a+b| \le |a| + |b|$
    $|a-b| \ge |a| - |b|$
11. যদি $a < b$ এবং $(x-a)(x-b) < 0$ হয় তবে,
    $x > a, Or, x < b$ অর্থাৎ $a < x < b$
12. যদি $a < b$ এবং $(x-a)(x-b) > 0$ হয় তবে,
    $x < a\ Or, x > b$

অনুশীলনী-3(জটিল সংখ্যা):

সূত্রাবলীঃ



1. $z = x + iy$

$\therefore$ মডুলাস, $|z| = \sqrt{x^2 + y^2}$ এবং আর্গুমেন্ট, $\theta = \tan^{-1}(\frac{y}{x})$

I. $z = x + iy$ এর আর্গুমেন্ট $\theta = \tan^{-1}(\frac{y}{x})$

II. $z = -x + iy$ এর আর্গুমেন্ট $\theta = \pi - \tan^{-1}\left|\frac{y}{-x}\right|$

$\therefore \theta = \pi - \tan^{-1}\frac{y}{x}$

III. $z = -x - iy$ এর আর্গুমেন্ট $\theta = -\pi + \tan^{-1}\left|\frac{-y}{-x}\right|$

$\therefore \theta = -\pi + \tan^{-1}\frac{y}{x}$

IV. $z = x - iy$ এর আর্গুমেন্ট $\theta = -\tan^{-1}\left|\frac{-y}{x}\right|$

$\therefore \theta = -\tan^{-1}\frac{y}{x}$

2. $z = x \pm iy$ এর অনুবন্ধী, $\bar{z} = x \mp iy$

3. $i = \sqrt{-1} \therefore i^2 = -1$

4. যদি $a + ib = 0$ হয় তবে, $a = 0, b = 0$

5. যদি $a + ib = c + id$ হয় তবে, $a = c$ এবং $b = d$

6. $\omega = \frac{-1+\sqrt{-3}}{2} = \frac{-1+\sqrt{3}i}{2}$ এবং

$\omega^2 = \frac{-1-\sqrt{-3}}{2} = \frac{-1-\sqrt{3}i}{2}$

7. $1 + \omega + \omega^2 = 0$

$\therefore 1 + \omega = -\omega^2, 1 + \omega^2 = -\omega, \omega + \omega^2 = -1$

8. $\omega^3 = 1$

9. $(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

$(a+b)^3 = a^3 + b^3 + 3ab(a+b)$

10. $(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$

$(a-b)^3 = a^3 - b^3 - 3ab(a-b)$

11. $a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$

$a^3 + b^3 = (a+b)^3 - 3ab(a+b)$

12. $a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$

$a^3 - b^3 = (a-b)^3 + 3ab(a-b)$

13. $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$

14. $a^m \times a^n = a^{m+n}, \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}, (a^m)^n = a^{mn}$

15. $a^{-m} = \frac{1}{a^m}, a^0 = 1, (ab)^m = a^m b^m, (\frac{a}{b})^m = \frac{a^m}{b^m}$

16. $a^x = a^m \therefore x = m,\ a^m = b^m \therefore a = b$

17. $\log_k xy = \log_k x + \log_k y$

$\log_k(\frac{x}{y}) = \log_k x - \log_k y$

18. $\log_k x^m = m \log_k x$

19. $\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$

20. $\log_a b \times \log_b a = 1$

$\log_a b = \log_a e \times \log_e b = \log_a e \times \ln b$

21. $\log_k 1 = 0, \log_a a = 1$

22. $\left|\frac{a}{b}\right| = \frac{|a|}{|b|}, |ab| = |a||b|, (ab)^2 = a^2 b^2$

23. বৃত্তের কেন্দ্রের স্থানাংক (h, k) ও ব্যাসার্ধ r হলে উহার সমীকরণ, $(x-h)^2 + (y-k)^2 = r^2$

24. দ্বিঘাত সমীকরণ $ax^2 + bx + c = 0$ এর মূল নির্ণয় করার সূত্র, $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

অনুশীলনী-4(বহুপদী ও বহুপদী সমীকরণ):

সূত্রাবলীঃ

1. Polynomial(বহুপদী):

Polynomial – Many terms

Here, Poly – Many, Nomial – term

Monomial – one term

Binomial – two terms

Trinomial – three terms

Higher number of terms……….

2.

বহুপদীঃ এক বা একাধিক অঋনাত্তক পূর্ণ সাংখ্যিক ঘাত ও ধ্রুবকের গুণফল সম্বলিত বীজগনিতীয় রাশিকে বহুপদী বলে। বহুপদী রাশিতে এক বা একাধিক পদ থাকতে পারে।
এক চলকের বহুপদীর সাধারণ আকার,

$$p(x) = a_0x^n + a_1x^{n-1} + a_2x^{n-2} + ... + a_nx^0$$

উদাহরণঃ $p(x) = 6x^5 + 5x^4 + 4x^3 + 3x^2 + 2x^1 + 1.x^0$

$$= 6x^5 + 5x^4 + 4x^3 + 3x^2 + 2x + 1$$

এখানে, $6x^5 \rightarrow$ মুখ্য-পদ এবং
$5x^4 + 4x^3 + 3x^2 + 2x + 1 \rightarrow$ গৌণ-পদ
এক চলকের বহুপদীর সাধারণ সমীকরণ, $p(x) = 0$

$$\therefore a_0x^n + a_1x^{n-1} + a_2x^{n-2} + ... + a_nx^0 = 0$$

3. দ্বিঘাত সমীকরণের সাধারণ সমাধান:
মনে করি,

$$ax^2 + bx + c = 0$$
$$\Rightarrow 4a^2x^2 + 4abx + 4ac = 0$$
$$\Rightarrow (2ax)^2 + 2.ax.b + b^2 - b^2 + 4ac = 0$$
$$\Rightarrow (2ax + b)^2 - b^2 + 4ac = 0$$
$$\Rightarrow (2ax + b)^2 = b^2 - 4ac$$
$$\Rightarrow 2ax + b = \pm\sqrt{b^2 - 4ac}$$
$$\Rightarrow 2ax = -b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}$$
$$\therefore x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

সাধারণ দ্বিঘাত সমীকরণ $ax^2 + bx + c = 0$ এর মূল নির্ণয় করার সূত্র হলোঃ $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

4. $ax^2 + bx + c = 0$ সমীকরণের $b^2 - 4ac$ কে **নিশ্চায়ক/পৃথায়ক** বলে।

5. দ্বিঘাত সমীকরণ $ax^2 + bx + c = 0$ **এর মুলের প্রকৃতিঃ**

- **i.** যদি $b^2 - 4ac > 0$ হয় তবে মূল দুইটি বাস্তব এবং অসমান হবে।
- **ii.** যদি $b^2 - 4ac = 0$ হয় তবে মূল দুইটি সমান, বাস্তব ও মুলদ হবে। **Example:** $\frac{-5 \pm 0}{3} = \frac{-5+0}{3}, \frac{-5-0}{3} = \frac{-5}{3}, \frac{-5}{3}$
- **iii.** যদি $b^2 - 4ac < 0$ হয় তবে মূল দুইটি উভয়ে জটিল সংখ্যা ও অসমান হবে। **Example:** $\frac{-5 \pm \sqrt{-49}}{3}$
- **iv.** যদি a,b,c মুলদ এবং $b^2 - 4ac > 0$ এবং পূর্ণবর্গ হলে তবে মূল দুইটি বাস্তব, মুলদ ও অসমান হবে। **Example:** $\frac{-5 \pm \sqrt{49}}{3}$
- **v.** যদি a,b,c মুলদ এবং $b^2 - 4ac > 0$ এবং $b^2 - 4ac$ পূর্ণবর্গ না হলে তবে মূল দুইটি বাস্তব, অমুলদ ও অসমান হবে। **Example:** $\frac{-5 \pm \sqrt{7}}{3}$
- **vi.** একটি মূল অমূলদ সংখ্যা $a + \sqrt{b}$ হলে অপর মূলটি অনুবন্ধী অমূলদ সংখ্যা $a - \sqrt{b}$ হবে।
- **vii.** একটি মূল জটিল সংখ্যা $a + ib$ হলে অপর মূলটি অনুবন্ধী জটিল সংখ্যা $a - ib$ হবে।

6. দুইটা মূল নিয়ে সমীকরণ গঠন :
মনে করি, α এবং β দুইটা মূল। **সুতরাং**

$$x = \alpha, \beta$$
$$\Rightarrow x = \alpha, x = \beta$$
$$\Rightarrow x - \alpha = 0, x - \beta = 0$$
$$\Rightarrow (x - \alpha)(x - \beta) = 0$$
$$\Rightarrow x^2 - \beta x - \alpha x + \alpha\beta = 0$$
$$\therefore x^2 - (\alpha + \beta)x + \alpha\beta = 0$$

$\therefore$ **দুইটা মূল নিয়ে সমীকরণ গঠন করার সুত্র,**
x^2-(মুলদ্বয়ের যোগফল) x +মুলদ্বয়ের গুনফল=0

$$\therefore x^2 - (\alpha + \beta)x + \alpha\beta = 0$$

7. তিনটা মূল নিয়ে সমীকরণ গঠন করার নিয়মঃ
x^3 – (মুলত্রয়ের যোগফল) x^2 + (দুইটা করে মূল নিয়ে তাদের গুনফলের যোগফল) x - মুলত্রয়ের গুনফল =0

$$\therefore x^3 - (\alpha + \beta + \gamma)x^2 + (\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha)x - \alpha\beta\gamma = 0$$

8. দ্বিঘাত সমীকরণ $ax^2 + bx + c = 0$ **এর মুল এবং সহগের মধ্যে সম্পর্কঃ** আমরা জানি,

$$ax^2 + bx + c = 0$$
$$\Rightarrow x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0$$
$$\therefore x^2 - (-\frac{b}{a})x + \frac{c}{a} = 0$$

অতএব, $x^2 - (\alpha + \beta)x + \alpha\beta = 0$ এবং $x^2 - (-\frac{b}{a})x + \frac{c}{a} = 0$ সমীকরণ তুলনা করে পাই,

$$\alpha + \beta = -\frac{b}{a} \text{ এবং } \alpha\beta = \frac{c}{a}$$

OR, মনে করি, α এবং β দুইটা মূল। **সুতরাং**

$$\alpha = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}, \beta = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$
$$\therefore \alpha + \beta = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} + \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$
$$= \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac} - b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$= \frac{-2b}{2a}$

$\therefore \alpha + \beta = \frac{-b}{a}$

এবং $\alpha\beta = (\frac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a})(\frac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a})$

$= \frac{(-b)^2 - (\sqrt{b^2-4ac})^2}{4a^2}$

$= \frac{b^2 - (b^2-4ac)}{4a^2}$

$= \frac{b^2 - b^2 + 4ac}{4a^2}$

$= \frac{4ac}{4a^2}$

$\therefore \alpha\beta = \frac{c}{a}$

যদি $ax^2+bx+c=0$ সমীকরণের মুলদ্বয় α, β হয় তবে,

মুলদ্বয়ের যোগফল, $\alpha+\beta = -x$ এর সহগ/ x^2 এর সহগ,

$\therefore \alpha + \beta = -\frac{b}{a}$

এবং মুলদ্বয়ের গুনফল, $\alpha\beta =$ ধ্রবপদ / x^2 এর সহগ

$\therefore \alpha\beta = \frac{c}{a}$

9. যদি $ax^3+bx^2+cx+d=0$ সমীকরণের মুলত্রয় α, β, γ হয় তবে,

$\alpha+\beta+\gamma = -x^2$ এর সহগ/ x^3 এর সহগ ,

$\therefore \sum\alpha = \sum\beta = \sum\gamma = \alpha+\beta+\gamma = -\frac{b}{a}$

এবং $\sum\alpha\beta = \alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha$

$= x$ এর সহগ/ x^3 এর সহগ

$\therefore \sum\alpha\beta = \alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha = \frac{c}{a}$

এবং $\alpha\beta\gamma =$ - ধ্রবপদ / x^3 এর সহগ

$\therefore \alpha\beta\gamma = -\frac{d}{a}$

10. $a_1x^2+b_1x+c_1=0$ এবং $a_2x^2+b_2x+c_2=0$ সমীকরণের সাধারণ মূল থাকার শর্তঃ

সমাধানঃ মনে করি, $a_1x^2+b_1x+c_1=0$ এবং $a_2x^2+b_2x+c_2=0$ সমীকরণের একটি সাধারন মূল α হলে, $a_1\alpha^2+b_1\alpha+c_1=0$................$(i)$

$a_2\alpha^2+b_2\alpha+c_2=0$....................$(ii)$

সমীকরণের (i) এবং (ii) নং হতে বজ্রগুণনের নিয়মানুসারে পাই, $\frac{\alpha^2}{b_1c_2-b_2c_1} = \frac{\alpha}{c_1a_2-c_2a_1} = \frac{1}{a_1b_2-a_2b_1}$

$\Rightarrow \frac{\alpha^2}{b_1c_2-b_2c_1} = \frac{\alpha}{c_1a_2-c_2a_1}$ এবং

$\frac{\alpha}{c_1a_2-c_2a_1} = \frac{1}{a_1b_2-a_2b_1}$

$\Rightarrow \frac{\alpha^2}{\alpha} = \frac{b_1c_2-b_2c_1}{c_1a_2-c_2a_1}$ এবং $\alpha = \frac{c_1a_2-c_2a_1}{a_1b_2-a_2b_1}$

$\therefore \alpha = \frac{b_1c_2-b_2c_1}{c_1a_2-c_2a_1}$ এবং $\alpha = \frac{c_1a_2-c_2a_1}{a_1b_2-a_2b_1}$

শর্তমতে, $\frac{b_1c_2-b_2c_1}{c_1a_2-c_2a_1} = \frac{c_1a_2-c_2a_1}{a_1b_2-a_2b_1}$

$\therefore (c_1a_2-c_2a_1)^2 = (a_1b_2-a_2b_1)(b_1c_2-b_2c_1)$

ইহাই নির্ণেয় শর্ত।

11. $(a+b)^2 = a^2+2ab+b^2$

$(a+b)^2 = (a-b)^2+4ab$

12. $(a-b)^2 = a^2-2ab+b^2$

$(a-b)^2 = (a+b)^2-4ab$

13. $a^2+b^2 = (a+b)^2-2ab$

$a^2+b^2 = (a-b)^2+2ab$

14. $2(a^2+b^2) = (a+b)^2+(a-b)^2$

$\therefore a^2+b^2 = \frac{(a+b)^2+(a-b)^2}{2}$

15. $4ab = (a+b)^2-(a-b)^2$

$\therefore ab = \frac{(a+b)^2-(a-b)^2}{4}$

$\therefore ab = (\frac{a+b}{2})^2 - (\frac{a-b}{2})^2$

16. $(a+b+c)^2 = a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ca$

$(a+b+c)^2 = a^2+b^2+c^2+2(ab+bc+ca)$

$\therefore a^2+b^2+c^2 = (a+b+c)^2-2(ab+bc+ca)$

$\therefore 2(ab+bc+ca) = (a+b+c)^2-(a^2+b^2+c^2)$

17. $a^3+b^3+c^3-3abc = (a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca)$

$a^3+b^3+c^3-3abc = \frac{1}{2}(a+b+c)\{(a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2\}$

18. $a^2-b^2 = (a+b)(a-b)$

19. $(a+b)^3 = a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$

$(a+b)^3 = a^3+b^3+3ab(a+b)$

20. $(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$

$(a+b)^3 = a^3 - b^3 - 3ab(a-b)$

21. $a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$

$a^3 + b^3 = (a+b)^3 - 3ab(a+b)$

22. $a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$

$a^3 - b^3 = (a-b)^3 + 3ab(a-b)$

23. যখন মূলগুলি সমান্তর প্রগমনে থাকে,

i. ত্রিঘাত সমীকরণের জন্য মূলগুলি হবে, $a-d, a, a+d$

ii. চতুর্ঘাত সমীকরণের জন্য মূলগুলি হবে, $a-3d, a-d, a+d, a+3d$

24. যখন মূলগুলি গুণোত্তর প্রগমনে থাকে,

i. ত্রিঘাত সমীকরণের জন্য মূলগুলি হবে, $\frac{a}{r}, a, ar$

ii. চতুর্ঘাত সমীকরণের জন্য মূলগুলি হবে, $\frac{a}{r^3}, \frac{a}{r}, ar, ar^3$

iii. চতুর্ঘাত সমীকরণের জন্য মূলগুলি হবে, $\frac{a}{r^3}, \frac{a}{r}, ar, ar^3$

অনুশীলনী-(5.1-5.2)(দ্বিপদী বিস্তৃতি):

1. $(a+x)^n = n_{c_0} a^{n-0}.x^0 + n_{c_1} a^{n-1}.x^1 + n_{c_2} a^{n-2}.x^2 + \ldots\ldots$

$+ n_{c_r} a^{n-r}.x^r + \ldots\ldots\ldots\ldots + n_{c_n} a^{n-n}.x^n$

$= a^n + n_{c_1} a^{n-1}.x + n_{c_2} a^{n-2}.x^2 + \ldots\ldots\ldots$

$+ n_{c_r} a^{n-r}.x^r + \ldots\ldots\ldots\ldots + x^n$

এখানে, $n_{C_0} = 1$

$n_{C_1} = \frac{n}{1!} = \frac{n}{1} = n$

$n_{C_2} = \frac{n(n-1)}{2!} = \frac{n(n-1)}{1.2} = \frac{n(n-1)}{2}$

$n_{C_3} = \frac{n(n-1)(n-2)}{3!} = \frac{n(n-1)(n-2)}{1.2.3} = \frac{n(n-1)(n-2)}{6}$

${}^nc_r = \frac{n!}{r!(n-r)!}$

$n_{C_n} = 1$

....

2. $(a-x)^n = \{a + (-x)\}^n$

$= a^n + n_{c_1} a^{n-1}(-x) + n_{c_2} a^{n-2}(-x)^2 + \ldots\ldots$

$+ n_{c_r} a^{n-r}.(-x)^r + \ldots\ldots\ldots\ldots + n_{c_n} a^{n-n}.(-x)^n$

$= a^n + \frac{n}{1!} a^{n-1}(-x) + \frac{n(n-1)}{2!} a^{n-2}(-x)^2 +$

$+ n_{c_r} a^{n-r}.(-x)^r + \ldots\ldots\ldots\ldots + (-x)^n$

3. $(1+x)^n = 1^n + n_{c_1} 1^{n-1}.x + n_{c_2} 1^{n-2}.x^2 + \ldots\ldots\ldots$

$+ n_{c_r} 1^{n-r}.x^r + \ldots\ldots\ldots\ldots + n_{c_n} 1^{n-n}.x^n$

$= 1 + n_{c_1} x + n_{c_2}.x^2 + \ldots\ldots + n_{c_r}.x^r + \ldots\ldots\ldots + x^n$

4. $(1-x)^n = \{(1+(-x)\}^n = 1^n + n_{c_1} 1^{n-1}.(-x) + n_{c_2} 1^{n-2}.(-x)^2 + \ldots\ldots$

$+ n_{c_r} 1^{n-r}.(-x)^r + \ldots\ldots\ldots\ldots + n_{c_n} 1^{n-n}.(-x)^n$

$= 1 - n_{c_1} x + n_{c_2}.x^2 + \ldots\ldots + n_{c_r}.(-x)^r + \ldots\ldots + (-x)^n$

5. $(a+x)^n$ এর বিস্তৃতিতে $(r+1)$ তম পদ/সাধারণ পদ $= n_{c_r} a^{n-r} x^r$

6. $(a-x)^n \Rightarrow \{a + (-x)\}^n$ এর বিস্তৃতিতে $(r+1)$ তম পদ/সাধারণ পদ $= n_{c_r} a^{n-r} (-x)^r$

7. $(a+x)^n$ এর বিস্তৃতিতে মধ্যপদ,

(i). $(\frac{n}{2}+1)$ তম পদ, যখন, n জোড় সংখ্যা ।

(ii). $(\frac{n-1}{2}+1)$ তম পদ এবং $(\frac{n+1}{2}+1)$ তম পদ, যখন, n বিজোড় সংখ্যা।

8. $(1+x)^n$ এর বিস্তৃতিতে $(r+1)$ তম পদ/সাধারণ পদ

$= n_{c_r} 1^{n-r} x^r$

$= n_{c_r} x^r$

$= \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)\ldots\ldots(n-r+1)}{r!} x^r$

যেখানে, n এর মান ঋনাত্তক পূর্ণসংখ্যা বা, মুলদ ভগ্নাংশ (+,-)।

9. $(1-x)^n \Rightarrow \{1 + (-x)\}^n$ এর বিস্তৃতিতে $(r+1)$ তম পদ/সাধারণ পদ $= n_{c_r} 1^{n-r} (-x)^r$

$= n_{c_r} (-x)^r$

$= \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)\ldots\ldots(n-r+1)}{r!} (-x)^r$

যেখানে, n এর মান ঋনাত্তক পূর্ণসংখ্যা বা, মুলদ ভগ্নাংশ (+,-)।

10. $(1-x)^{-1} = 1 + x + x^2 + x^3 + \ldots\ldots\ldots\ldots + x^r$

$(1+x)^{-1} = 1 - x + x^2 - x^3 + \ldots\ldots\ldots\ldots + (-x)^r$

$;|x| < 1$

11. $(1-x)^{-2} = 1 + 2x + 3x^2 + 4x^3 + \ldots\ldots\ldots + (r+1)x^r$

$(1+x)^{-2} = 1 - 2x + 3x^2 - 4x^3 + \ldots\ldots\ldots + (r+1)(-x)^r$

$;|x| < 1$

12. $(1-x)^{-3} = 1 + 3x + 6x^2 + 10x^3 + \ldots + \frac{1}{2}(r+1)(r+2)x^r$

$(1+x)^{-3} = 1 - 3x + 6x^2 - 10x^3 + \ldots + \frac{1}{2}(r+1)(r+2)(-x)^r$

$;|x| < 1$

13. অভিসারী/অভিসৃত টেস্ট **(Convergent Test):**

$$\lim_{n\to\infty}\frac{u_{n+1}}{u_n}=l\ ;where,\ l<1$$

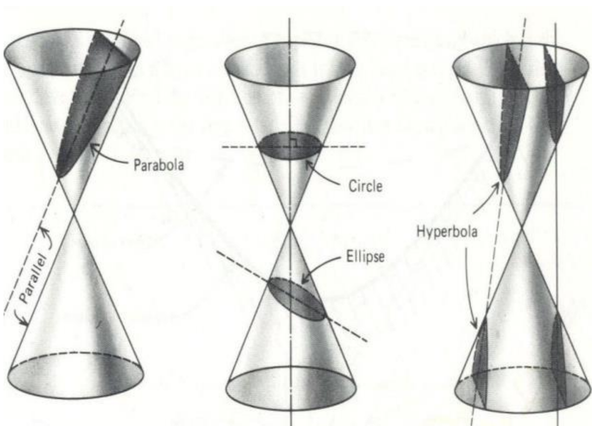
14. $a^m\times a^n=a^{m+n}, a^m\times b^m=(ab)^m$

15. $\frac{a^m}{a^n}=a^{m-n}, (a^m)^n=a^{mn}$

16. $a^{-n}=\frac{1}{a^n}, a^0=1, (ab)^m=a^m b^m, (\frac{a}{b})^m=\frac{a^m}{b^m}$

অনুশীলনী-(6.1-6.3)(কনিক):

1. কোনক শব্দ হতে কনিক এর উৎপত্তি। একটি সমবৃত্তভূমিক কোনক-কে এর শীর্ষ বিন্দু ছাড়া অন্য যেকোনো অবস্থানে সমতল দ্বারা ছেদ করলে কনিকের উৎপত্তি হয়।

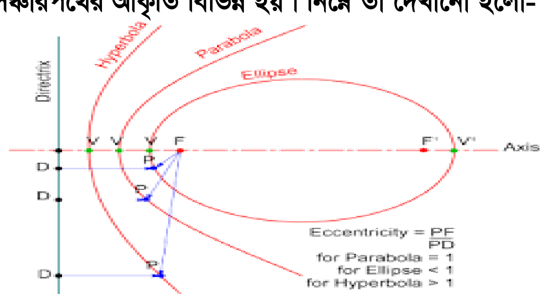


2. কার্তেসীয় সমতলে একটি চলমান বিন্দু হতে ঐ সমতলের একটি স্থির বিন্দুর দূরত্ব এবং ঐ চলমান বিন্দু থেকে একটি নির্দিষ্ট সরলরেখার উপর অঙ্কিত লম্ব দূরত্বের অনুপাত ধ্রুবক – এ শর্ত সাপেক্ষে চলমান বিন্দুর সেট দ্বারা সৃষ্ট সঞ্চারপথকে কনিক বলে। অর্থাৎ $p(x, y)$ একটি চলমান বিন্দু, স্থিরবিন্দু S এবং নির্দিষ্ট সরলরেখা MZ হলে, চলমান বিন্দুর সেট, $\left\{(x, y):\frac{SP}{PM}=e\ (\text{ধ্রুবক})\right\}$ দ্বারা সৃষ্ট সঞ্চারপথ হলো কনিক।

3. কনিকের সাধারণ সমীকরণ,

$$ax^2+by^2+2hxy+2gx+2fy+c=0$$

4. $SP=e.PM$ **এর ক্ষেত্রে, e এর ভিন্ন ভিন্ন মানের জন্য সঞ্চারপথের আকৃতি বিভিন্ন হয়। নিম্নে তা দেখানো হলো-**



i. যদি $e=0$ অর্থাৎ $SP=0$ হয়, তাহলে সঞ্চারপথটি হবে **বৃত্ত**।

ii. যদি $e=1$ অর্থাৎ $SP=PM$ হয়, তাহলে সঞ্চারপথটি হবে **পরাবৃত্ত**।

iii. যদি $e<1$ অর্থাৎ $SP<PM$ হয়, তাহলে সঞ্চারপথটি হবে **উপবৃত্ত**।

iv. যদি $e>1$ অর্থাৎ $SP>PM$ হয়, তাহলে সঞ্চারপথটি হবে **অধিবৃত্ত**।

v. যদি $e=\infty$ অর্থাৎ $PM=0$ হয়, তাহলে সঞ্চারপথটি হবে **সরলরেখা** ।

5. $ax^2+by^2+2hxy+2gx+2fy+c=0$ **এর ক্ষেত্রে,**

i. $\Delta=\begin{vmatrix}a&h&g\\h&b&f\\g&f&c\end{vmatrix}=0$ হলে এক জোড়া সরলরেখা নির্দেশ করবে।

ii. $\Delta=\begin{vmatrix}a&h&g\\h&b&f\\g&f&c\end{vmatrix}\neq0, a=b, h=0$ হলে বৃত্ত নির্দেশ করবে।

iii. $\Delta=\begin{vmatrix}a&h&g\\h&b&f\\g&f&c\end{vmatrix}\neq0, h^2=ab$ হলে পরাবৃত্ত নির্দেশ করবে।

iv. $\Delta=\begin{vmatrix}a&h&g\\h&b&f\\g&f&c\end{vmatrix}\neq0, h^2<ab$ হলে উপবৃত্ত নির্দেশ করবে।

v. $\Delta=\begin{vmatrix}a&h&g\\h&b&f\\g&f&c\end{vmatrix}\neq0, h^2>ab$ হলে অধিবৃত্ত নির্দেশ করবে।

6. সরলরেখার সূত্রাবলীঃ

i. (x_1, y_1) ও (x_2, y_2) বিন্দুদ্বয়ের মধ্যবিন্দু $(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2})$

ii. $A(x_1, y_1)$ ও $B(x_2, y_2)$ বিন্দুদ্বয়ের দূরত্ব $AB=\sqrt{(x_1-x_2)^2+(y_1-y_2)^2}$

iii. (x_1, y_1) ও (x_2, y_2) বিন্দুদ্বয়ের সংযোগ রেখাংশের ঢাল, $m=\frac{y_1-y_2}{x_1-x_2}=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$

=কোটিদ্বয়ের অন্তর/ভুজদ্বয়ের অন্তর

iv. যেকোনো একটা সরলরেখার ঢাল নির্ণয় করার সূত্র, $y=mx+c$ or, $y=mx$;সরলরেখার ঢাল,m

v. $y = m_1x + c_1$ ও $y = m_2x + c_2$ সরলরেখা দুইটি সমান্তরাল হওয়ার শর্তঃ $m_1 = m_2$

vi. $y = m_1x + c_1$ ও $y = m_2x + c_2$ সরলরেখা দুইটি লম্ব হওয়ার শর্তঃ $m_1 \times m_2 = -1$

vii. একটি বিন্দু (x_1, y_1) দিয়ে অতিক্রমকারী যেকোন রেখার সমীকরণ, $y - y_1 = m(x - x_1)$, যেখানে, m রেখার ঢাল।

viii. দুইটি বিন্দু (x_1, y_1) এবং (x_2, y_2) দিয়ে অতিক্রমকারী যেকোন রেখার সমীকরণ,

$$\frac{y - y_1}{y_1 - y_2} = \frac{x - x_1}{x_1 - x_2}$$

ix. x অক্ষের সমীকরণ, $y = 0$

x. y অক্ষের সমীকরণ, $x = 0$

xi. x -অক্ষের সমান্তরাল সরলরেখার সমীকরণ, $y = b$

xii. y -অক্ষের সমান্তরাল সরলরেখার সমীকরণ, $x = a$

xiii. $ax + by + c = 0$ রেখার লম্ব রেখার সমীকরণ, $bx - ay + k = 0$

xiv. $ax + by + c = 0$ রেখার সমান্তরাল রেখার সমীকরণ, $ax + by + k = 0$, যেখানে k ধ্রুবক।

xv. (x_1, y_1) বিন্দু থেকে $ax + by + c = 0$ রেখার উপর অংকিত লম্ব দূরত্ব $= \left| \frac{ax_1 + by_1 + c}{\sqrt{a^2 + b^2}} \right|$

xvi. $(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca$

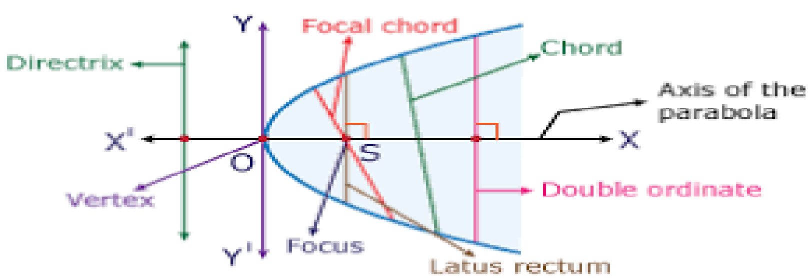
7. $SP = PM$ **পরাবৃত্তের আদর্শ সমীকরণ।**

8. $Y^2 = 4aX$ পরাবৃত্তে $y = mx + c$ সরলরেখাটি স্পর্শক হওয়ার শর্তঃ $C = \frac{a}{m}$

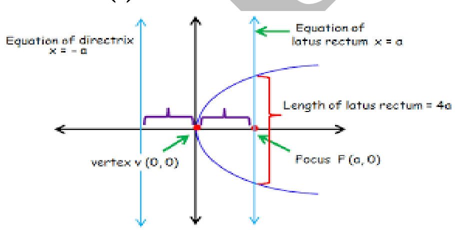
9. পরাবৃত্তের শীর্ষবিন্দু (α, β) এবং অক্ষরেখা x অক্ষের সমান্তরাল/দিকাক্ষ রেখা y অক্ষের সমান্তরাল হলে এর সাধারণ সমীকরণ, $(y - \beta)^2 = 4a(x - \alpha)$ এবং অক্ষরেখা x অক্ষের সমান্তরাল এরূপ পরাবৃত্তের সমীকরণ কে লেখা যায়, $x = ay^2 + by + c$

10. পরাবৃত্তের শীর্ষবিন্দু (α, β) এবং অক্ষরেখা y অক্ষের সমান্তরাল/দিকাক্ষ রেখা x অক্ষের সমান্তরাল হলে এর সাধারণ সমীকরণ, $(x - \alpha)^2 = 4a(y - \beta)$ এবং অক্ষরেখা y অক্ষের সমান্তরাল এরূপ পরাবৃত্তের সমীকরণ কে লেখা যায়, $y = ax^2 + bx + c$

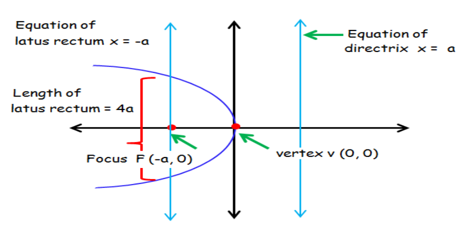
11. পরাবৃত্তের সমীকরণ:



$(i).Y^2 = 4aX$

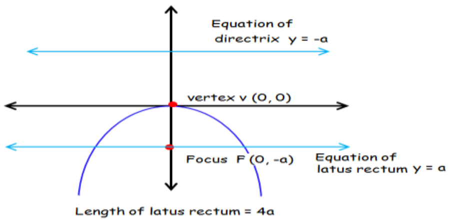


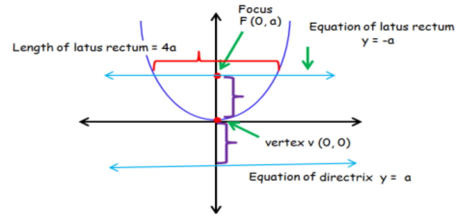
$(ii).Y^2 = -4aX$



$(iii).X^2 = 4aY$

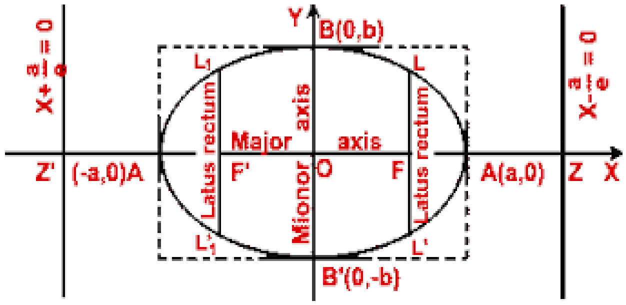
$(iv).X^2 = 4aY$





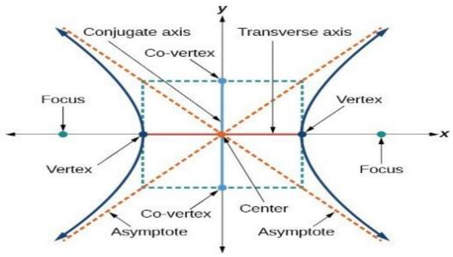
নং	পরাবৃত্তের সমীকরণ:	$Y^2 = 4aX$	$Y^2 = -4aX$	$X^2 = 4aY$	$X^2 = 4aY$
1	শীর্ষবিন্দুর স্থানাংক	$A(0,0)$	$A(0,0)$	$A(0,0)$	$A(0,0)$
2	ফোকাস/উপকেন্দ্রের স্থানাংক	$S(a,0)$	$S(-a,0)$	$S(0,a)$	$S(0,-a)$
3	নিয়ামক/দিকাক্ষের পাদবিন্দুর স্থানাংক	$Z(-a,0)$	$Z(a,0)$	$Z(0,-a)$	$Z(0,a)$
4	নিয়ামক/ দিকাক্ষের সমীকরণ	$X = -a$	$X = a$	$Y = -a$	$Y = a$
5	নাভিলম্ব/ উপকেন্দ্রিক লম্বের সমীকরণ	$X = a$	$X = -a$	$Y = a$	$Y = -a$
6	নাভিলম্ব/ উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য	$\|4a\|$	$\|4a\|$	$\|4a\|$	$\|4a\|$
7	উপকেন্দ্রিক লম্বের প্রান্ত বিন্দু দুটির স্থানাংক	$(a,\pm 2a)$	$(-a,\pm 2a)$	$(\pm 2a,a)$	$(\pm 2a,-a)$
8	অক্ষের সমীকরণ	$Y = 0$	$Y = 0$	$X = 0$	$X = 0$
9	শীর্ষে স্পর্শকের সমীকরণ	$X = 0$	$X = 0$	$Y = 0$	$Y = 0$
10	উপকেন্দ্রিক দূরত্ব	$x+a$	$x+a$	$y+a$	$y+a$
11	উপকেন্দ্র ও শীর্ষের দূরত্ব	a	a	a	a

12. উপবৃত্তের সমীকরণ: $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$



নং	**উপবৃত্তের সমীকরণ:** $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$	$a>b$	$a<b$ x এর স্থলে y , y এর স্থলে x , a এর স্থলে b , b এর স্থলে a এবং স্থানাংক উল্টাতে হবে।
1	কেন্দ্র	$(0,0)$	$(0,0)$
2	শীর্ষবিন্দুর স্থানাংক	$(\pm a,0)$	$(0,\pm b)$
3	বৃহৎ অক্ষের দৈর্ঘ্য	$2a$	$2b$
4	ক্ষুদ্র অক্ষের দৈর্ঘ্য	$2b$	$2a$
5	বৃহৎ অক্ষের সমীকরণ	$y=0$	$x=0$
6	ক্ষুদ্র অক্ষের সমীকরণ	$x=0$	$y=0$
7	উৎকেন্দ্রিকতা	$e=\sqrt{1-\frac{b^2}{a^2}}$	$e=\sqrt{1-\frac{a^2}{b^2}}$
8	ফোকাস/উপকেন্দ্রের স্থানাংক	$(\pm ae,0)$	$(0,\pm be)$
9	দুইটা উপকেন্দ্রের দূরত্ব	$2ae$	$2be$
10	নিয়ামক/ দিকাক্ষের পাদবিন্দু	$(\pm\frac{a}{e},0)$	$(0,\pm\frac{b}{e})$
11	নিয়ামক/ দিকাক্ষের সমীকরণ	$x=\pm\frac{a}{e}$	$y=\pm\frac{b}{e}$
12	দুইটা নিয়ামক/ দিকাক্ষের দূরত্ব	$\frac{2a}{e}$	$\frac{2b}{e}$
13	ফোকাস এবং দিকাক্ষের দূরত্ব	$\frac{a}{e}-ae$	$\frac{b}{e}-be$
14	নাভিলম্ব/ উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য	$\frac{2b^2}{a}$	$\frac{2a^2}{b}$
15	নাভিলম্ব/ উপকেন্দ্রিক লম্বের সমীকরণ	$x=\pm ae$	$y=\pm be$
16	উপবৃত্তের উপরিস্থিত কোনো বিন্দুর উপকেন্দ্রিক দূরত্ব দুইটির সমষ্টি বৃহৎ অক্ষের দৈর্ঘের সমান।	$SP+S'P=2a$	$SP+S'P=2b$
17	ক্ষেত্রফল	πab	πab
18	কোনো নির্দিষ্ট বিন্দুতে উপবৃত্তের পরামিতিক স্থানাংক	$(a\cos\theta,b\sin\theta)$ যখন, $\tan\theta=\frac{ay}{bx}$	$(a\sin\theta,b\cos\theta)$ যখন, $\tan\theta=\frac{bx}{ay}$
19	যদি কেন্দ্র (α,β) হয় তবে উপবৃত্তের সমীকরণ	$\frac{(x-\alpha)^2}{a^2}+\frac{(y-\beta)^2}{b^2}=1$	$\frac{(x-\alpha)^2}{a^2}+\frac{(y-\beta)^2}{b^2}=1$

13. অধিবৃত্তের সমীকরণ: $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ এবং $\frac{y^2}{b^2}-\frac{x^2}{a^2}=1$



নং	অধিবৃত্তের সমীকরণ:	$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$	$\frac{y^2}{b^2}-\frac{x^2}{a^2}=1$
1	কেন্দ্র	$(0,0)$	$(0,0)$
2	শীর্ষবিন্দুর স্থানাংক	$(\pm a,0)$	$(0,\pm b)$
3	আড় অক্ষের দৈর্ঘ্য	$2a$	$2b$
4	অনুবন্ধী অক্ষের দৈর্ঘ্য	$2b$	$2a$
5	আড় অক্ষের সমীকরণ	$y=0$	$x=0$
6	অনুবন্ধী অক্ষের সমীকরণ	$x=0$	$y=0$
7	উৎকেন্দ্রিকতা	$e=\sqrt{1+\frac{b^2}{a^2}}$	$e=\sqrt{1+\frac{a^2}{b^2}}$
8	ফোকাস/উপকেন্দ্রের স্থানাংক	$(\pm ae,0)$	$(0,\pm be)$
9	দুইটা উপকেন্দ্রের দূরত্ব	$2ae$	$2be$
10	নিয়ামক/ দিকাক্ষের পাদবিন্দু	$(\pm\frac{a}{e},0)$	$(0,\pm\frac{b}{e})$
11	নিয়ামক/ দিকাক্ষের সমীকরণ	$x=\pm\frac{a}{e}$	$y=\pm\frac{b}{e}$
12	দুইটা নিয়ামক/ দিকাক্ষের দূরত্ব	$\frac{2a}{e}$	$\frac{2b}{e}$
13	ফোকাস এবং দিকাক্ষের দূরত্ব	$\frac{a}{e}-ae$	$\frac{b}{e}-be$
14	নাভিলম্ব/ উপকেন্দ্রিক লম্বের দৈর্ঘ্য	$\frac{2b^2}{a}$	$\frac{2a^2}{b}$
15	নাভিলম্ব/ উপকেন্দ্রিক লম্বের সমীকরণ	$x=\pm ae$	$y=\pm be$
16	অধিবৃত্তের উপরিস্থিত কোনো বিন্দুর উপকেন্দ্রিক দূরত্ব দুইটির অন্তরফল আড় অক্ষের দৈর্ঘের সমান।	$SP-S'P=2a$	$SP-S'P=2b$
17	ক্ষেত্রফল	πab	πab
18	কোনো নির্দিষ্ট বিন্দুতে অধিবৃত্তের পরামিতিক স্থানাংক	$(a\sec\theta, b\tan\theta)$ যখন, $\tan\theta=\frac{y}{b}$	$(a\tan\theta, b\sec\theta)$ যখন, $\tan\theta=\frac{x}{a}$
19	যদি কেন্দ্র (α,β) হয় তবে অধিবৃত্তের সমীকরণ	$\frac{(x-\alpha)^2}{a^2}-\frac{(y-\beta)^2}{b^2}=1$	$\frac{(y-\beta)^2}{b^2}-\frac{(x-\alpha)^2}{a^2}=1$
20	অধিবৃত্তের অসীমতটের সমীকরণ	$y=\pm\frac{b}{a}x$	$y=\pm\frac{b}{a}x$

অনুশীলনী-(7.1+7.2)(বিপরীত ত্রিকোণমিতিক ফাংশন ও ত্রিকোণমিতিক সমীকরণ):

সূত্রাবলীঃ

অনুশীলনী-7.1(বিপরীত ত্রিকোণমিতিক ফাংশন):

54. $2\tan^{-1}x=\tan^{-1}\dfrac{2x}{1-x^2}=\sin^{-1}\dfrac{2x}{1+x^2}=\cos^{-1}\dfrac{1-x^2}{1+x^2}$

55. (i). $\sin^{-1}x+\cos^{-1}x=\dfrac{\pi}{2}$

(ii). $\tan^{-1}x+\cot^{-1}x=\dfrac{\pi}{2}$

(iii). $\sec^{-1}x+\operatorname{cosec}^{-1}x=\dfrac{\pi}{2}$

56. $\tan^{-1}x+\tan^{-1}y=\tan^{-1}\dfrac{x+y}{1-xy}$

$\tan^{-1}x-\tan^{-1}y=\tan^{-1}\dfrac{x-y}{1+xy}$

57. $\sin^{-1}x+\sin^{-1}y=\sin^{-1}\{x\sqrt{1-y^2}+y\sqrt{1-x^2}\}$

$\sin^{-1}x-\sin^{-1}y=\sin^{-1}\{x\sqrt{1-y^2}-y\sqrt{1-x^2}\}$

58. $\cos^{-1}x+\cos^{-1}y=\cos^{-1}\{xy-\sqrt{(1-x^2)(1-y^2)}\}$

$\cos^{-1}x-\cos^{-1}y=\cos^{-1}\{xy+\sqrt{(1-x^2)(1-y^2)}\}$

59. $\tan^{-1}x+\tan^{-1}y+\tan^{-1}z=\tan^{-1}(\dfrac{x+y+z-xyz}{1-yz-zx-xy})$

60.

$\sin\sin^{-1}x=\operatorname{cosec}\operatorname{cosec}^{-1}x=x$

$\cos\cos^{-1}x=\sec\sec^{-1}x=x$

$\tan\tan^{-1}x=\cot\cot^{-1}x=x$

61.

$\sin^2\theta=(\sin\theta)^2$

$\sin^2(\sin^{-1}x)=\{\sin(\sin^{-1}x)\}^2=x^2$

অনুশীলনী-7.2(ত্রিকোণমিতিক সমীকরণ):

62. $\sin\theta=0$ হলে, $\theta=n\pi;n\in Z$

63. $\sin\theta=1$ হলে, $\theta=(4n+1)\dfrac{\pi}{2};n\in Z$

64. $\sin\theta=-1$ হলে, $\theta=(4n-1)\dfrac{\pi}{2};n\in Z$

65. $\sin\theta=\sin\alpha$ হলে, $\theta=n\pi+(-1)^n\alpha;n\in Z$

66. $\cos\theta=0$ হলে, $\theta=(2n+1)\dfrac{\pi}{2};n\in Z$

67. $\cos\theta=1$ হলে, $\theta=2n\pi;n\in Z$

68. $\cos\theta=-1$ হলে, $\theta=(2n+1)\pi;n\in Z$

69. $\cos\theta=\cos\alpha$ হলে, $\theta=2n\pi\pm\alpha;n\in Z$

70. $\tan\theta=0$ হলে, $\theta=n\pi;n\in Z$

71. $\tan\theta=\tan\alpha$ হলে, $\theta=n\pi+\alpha;n\in Z$

অন্যান্য সূত্রাবলীঃ

72. $Sin(A+B)=\sin A\cos B+\cos A\sin B$

$Sin(A-B)=\sin A\cos B-\cos A\sin B$

73. $Cos(A+B)=\cos A\cos B-\sin A\sin B$

$Cos(A-B)=\cos A\cos B+\sin A\sin B$

74. $2\sin A\cos B=\sin(A+B)+\sin(A-B)$

$2\cos A\sin B=\sin(A+B)-\sin(A-B)$

75. $2\cos A\cos B=\cos(A-B)+\cos(A+B)$

$2\sin A\sin B=\cos(A-B)-\cos(A+B)$

76. $\sin C+\sin D=2\sin\dfrac{C+D}{2}\cos\dfrac{C-D}{2}$

$\sin C-\sin D=2\cos\dfrac{C+D}{2}\sin\dfrac{C-D}{2}$

77. $\cos C+\cos D=2\cos\dfrac{C+D}{2}\cos\dfrac{C-D}{2}$

$\cos C-\cos D=2\sin\dfrac{C+D}{2}\sin\dfrac{D-C}{2}$

78. $\tan(A+B)=\dfrac{\tan A+\tan B}{1-\tan A\tan B}$

$\tan(A-B)=\dfrac{\tan A-\tan B}{1+\tan A\tan B}$

79. $\cot(A+B)=\dfrac{\cot A\cot B-1}{\cot B+\cot A}$

$\cot(A-B)=\dfrac{\cot A\cot B+1}{\cot B-\cot A}$

80. $\sin 2A=2\sin A\cos A$

$\sin A=2\sin\dfrac{A}{2}\cos\dfrac{A}{2}$

$\sin 2A=\dfrac{2\tan A}{1+\tan^2 A}$

$\sin A=\dfrac{2\tan\frac{A}{2}}{1+\tan^2\frac{A}{2}}$

81. $\cos 2A=\cos^2 A-\sin^2 A$

$\cos 2A=1-2\sin^2 A$

$2\sin^2 A=1-\cos 2A$

82. $\cos 2A=\cos^2 A-\sin^2 A$

$\cos 2A=2\cos^2 A-1$

$1+\cos 2A=2\cos^2 A$

83. $\cos A = \cos^2\frac{A}{2} - \sin^2\frac{A}{2}$

$\cos A = 1 - 2\sin^2\frac{A}{2}$

$2\sin^2\frac{A}{2} = 1 - \cos A$

84. $\cos A = \cos^2\frac{A}{2} - \sin^2\frac{A}{2}$

$\cos A = 2\cos^2\frac{A}{2} - 1$

$1 + \cos A = 2\cos^2\frac{A}{2}$

85. $\tan 2A = \frac{2\tan A}{1 - \tan^2 A}$

$\tan A = \frac{2\tan\frac{A}{2}}{1 - \tan^2\frac{A}{2}}$

86. $\cos 2A = \frac{1 - \tan^2 A}{1 + \tan^2 A}$

$\cos A = \frac{1 - \tan^2\frac{A}{2}}{1 + \tan^2\frac{A}{2}}$

87. $\sin 3A = 3\sin A - 4\sin^3 A$

$4\sin^3 A = 3\sin A - \sin 3A$

$\sin A = 3\sin\frac{A}{3} - 4\sin^3\frac{A}{3}$

88. $\cos 3A = 4\cos^3 A - 3\cos A$

$4\cos^3 A = 3\cos A + \cos 3A$

$\cos A = 4\cos^3\frac{A}{3} - 3\cos\frac{A}{3}$

89. $\tan 3A = \frac{3\tan A - \tan^3 A}{1 - 3\tan^2 A}$

$\tan A = \frac{3\tan\frac{A}{3} - \tan^3\frac{A}{3}}{1 - 3\tan^2\frac{A}{3}}$

90. $\sin(-\theta) = -\sin\theta; \mathrm{cosec}(-\theta) = -\mathrm{cosec}\theta$

$\tan(-\theta) = -\tan\theta; \cot(-\theta) = -\cot\theta$

91. $\cos(-\theta) = \cos\theta; \sec(-\theta) = \sec\theta$

92. $\sin\theta = \frac{1}{\mathrm{cosec}\theta}, \mathrm{cosec}\theta = \frac{1}{\sin\theta}$

$\cos\theta = \frac{1}{\sec\theta}, \quad \sec\theta = \frac{1}{\cos\theta}$

$\tan\theta = \frac{1}{\cot\theta}, \quad \cot\theta = \frac{1}{\tan\theta}$

93. $\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta}, \quad \cot\theta = \frac{\cos\theta}{\sin\theta}$

94. $\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$

$\sin^2\theta = 1 - \cos^2\theta$

$\cos^2\theta = 1 - \sin^2\theta$

95. $\sec^2\theta - \tan^2\theta = 1$

$\sec^2\theta = 1 + \tan^2\theta$

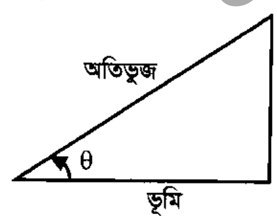
$\tan^2\theta = \sec^2\theta - 1$

96. $\mathrm{cosec}^2\theta - \cot^2\theta = 1$

$\mathrm{cosec}^2\theta = 1 + \cot^2\theta$

$\cot^2\theta = \mathrm{cosec}^2\theta - 1$

97.



98. সাগরে লবণ অনেক

sinθ লম্ব অতিভূজ

sin θ = লম্ব/অতিভূজ

cosecθ = অতিভূজ/লম্ব

99. কবরে ভূত অনেক

cosθ ভূমি অতিভূজ

cosθ = ভূমি/অতিভূজ

secθ = অতিভূজ/ভূমি

100. টেরা লম্বা ভূত

tanθ লম্ব ভূমি

tanθ = লম্ব/ভূমি

cotθ = ভূমি /লম্ব

101. সংযুক্ত কোণের ত্রিকোণমিতিক অনুপাত নির্ণয়ের নিয়মঃ

সংযুক্ত কোণটিকে $(n \times 90^0 \pm \theta)$ আকারে প্রকাশ করতে হবে যেখানে,n যে কোন পূর্ণসংখ্যা এবং θ সূক্ষ্মকোণ। তবে θ স্থূলকোণ হলেও এই নিয়ম প্রযোজ্য। অনুপাতের চিহ্ন নির্ণয়ের জন্য চতুর্ভাগ নিয়ম অনুসরণ করতে হবে। এখন,যে কোণ নিয়ে আলোচনা করবো শুধু সেই কোণের ঘরে পড়লে চিহ্ন ধনাত্তক হবে অন্যথায় ঋনাত্তক হবে। θ-এর আগে (+) হলে সামনের ঘর এবং θ-এর আগে (-) হলে পেছনের ঘর হবে। কোণ দেখে বুঝবো কোণ পরিবর্তন হবে কিনা n এর মান বিজোড় সংখ্যা হলে কোণ পরিবর্তন হবে অন্যথায়,n এর মান জোড় সংখ্যা হলে কোণ পরিবর্তন হবে না। সব সময় θ অপরিবর্তিত থাকবে।

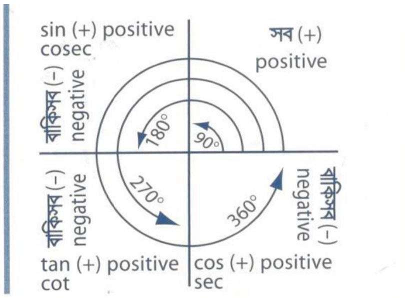
102. **<u>All</u> <u>Students</u> <u>Take</u> <u>Chemistry</u>**

ix. **<u>A</u>ll**=All Positive

x. **<u>S</u>tudents**=Sin/Cosec

xi. **<u>T</u>ake**=tan/cot

xii. **<u>C</u>hemistry**=cos/sec



সীমাবদ্ধতা

1. $-1 \leqslant \sin\theta \leqslant +1$
2. $-1 \leqslant \cos\theta \leqslant +1$
3. $-1 \geqslant \sec\theta \geqslant +1$
4. $-1 \geqslant \mathrm{cosec}\theta \geqslant +1$
5. $\tan\theta$, $\cot\theta$ সীমা নাই

103. n এর মান বিজোড় সংখ্যা হলে কোণ পরিবর্তন হবে।

Sine অনুপাত পরিবর্তিত হয়ে **Cosine** হবে।
Cosine অনুপাত পরিবর্তিত হয়ে **Sine** হবে।
tangent অনুপাত পরিবর্তিত হয়ে **Cotangent** হবে।
Cotangent অনুপাত পরিবর্তিত হয়ে **tangent** হবে।
Secant অনুপাত পরিবর্তিত হয়ে **Cosecant** হবে।
Cosecant অনুপাত পরিবর্তিত হয়ে **Secant** হবে।

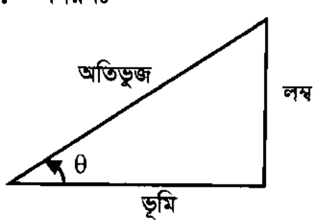
104. n এর মান জোড় সংখ্যা হলে কোণ পরিবর্তন হবে না।

105. পিথাগোরাস সূত্রঃ (অতিভূজ)^2=(লম্ব)^2+(ভূমি)^2

106.

$\sin(90^\circ-\theta)=\cos\theta$, $\cos(90^\circ-\theta)=\sin\theta$, $\tan(90^\circ-\theta)=\cot\theta$
$\sin(90^\circ+\theta)=\cos\theta$, $\cos(90^\circ+\theta)=-\sin\theta$, $\tan(90^\circ+\theta)=-\cot\theta$
$\sin(180^\circ-\theta)=\sin\theta$, $\cos(180^\circ-\theta)=-\cos\theta$, $\tan(180^\circ-\theta)=-\tan\theta$
$\sin(180^\circ+\theta)=-\sin\theta$, $\cos(180^\circ+\theta)=-\cos\theta$, $\tan(180^\circ+\theta)=\tan\theta$
$\sin(270^\circ-\theta)=-\cos\theta$, $\cos(270^\circ-\theta)=-\sin\theta$, $\tan(270^\circ-\theta)=\cot\theta$
$\sin(270^\circ+\theta)=-\cos\theta$, $\cos(270^\circ+\theta)=\sin\theta$, $\tan(270^\circ+\theta)=-\cot\theta$
$\sin(360^\circ-\theta)=-\sin\theta$, $\cos(360^\circ-\theta)=\cos\theta$, $\tan(360^\circ-\theta)=-\tan\theta$
$\sin(360^\circ+\theta)=\sin\theta$, $\cos(360^\circ+\theta)=\cos\theta$, $\tan(360^\circ+\theta)=\tan\theta$

107. নিয়মঃ



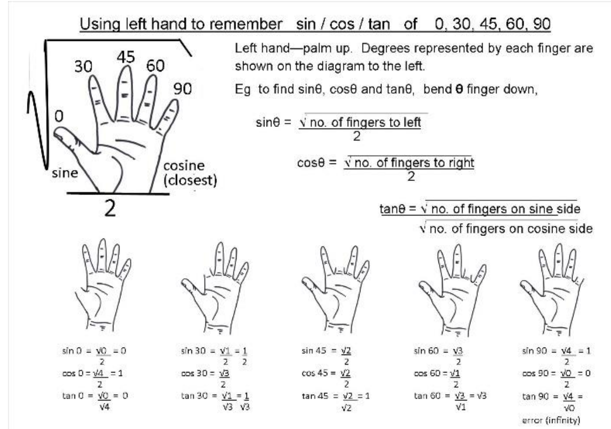
(i). একটা Inverse থেকে আরেকটা Inverse এ পরিবর্তন করতে চাইলে প্রথমে একটা সমকোণী ত্রিভুজ আঁকতে হবে।

(ii). প্রত্যেকটা সমকোণী ত্রিভুজের সব সময় দুই বাহু জানা থাকবে আরেক বাহু বের করতে হবে।

(iii). এরপর পিথাগোরাস সূত্রের সাহায্যে [(অতিভূজ)^2=(লম্ব)^2+(ভূমি)^2**] তৃতীয় বাহু বের করতে হবে।**

(iv). ফলে প্রত্যেকটা সমকোণী ত্রিভুজের তিন বাহু জানা থাকলে যেকোনো Inverse এ পরিবর্তন করা যাবে।

108.



109.

ত্রিকোণমিতির আনুপাতিক মান

কোণের অনুপাত	0°	30°	45°	60°	90°
sin	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
cosec	অসংজ্ঞায়িত	2	$\sqrt{2}$	$\frac{2}{\sqrt{3}}$	1
cos	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$	0
sec	1	$\frac{2}{\sqrt{3}}$	$\sqrt{2}$	2	অসংজ্ঞায়িত
tan	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	অসংজ্ঞায়িত
cot	অসংজ্ঞায়িত	$\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	0

দ্রষ্টব্য: $\sin\theta$, $\cos\theta$, $\tan\theta$ -এর মানকে উল্টালে $\mathrm{cosec}\theta$, $\sec\theta$ ও $\cot\theta$-এর মান পাওয়া যায়

অনুশীলনী-(10.1-10.2)(বিস্তার পরিমাপ ও সম্ভাবনা):

1. **পরিসর=বৃহত্তম মান – ক্ষুদ্রতম মান**
   $\therefore$ **R=H-L**
2. **অশ্রেনিকৃত তথ্যের জন্য পরিসরাংক, CR**
   $= \frac{x_n - x_1}{x_n + x_1} \times 100\%$ [**বৃহত্তম মান** x_n ও **ক্ষুদ্রতম মান** x_1]
3. **শ্রেনিকৃত তথ্যের জন্য পরিসরাংক, CR**
   $= \frac{H-L}{H+L} \times 100\%$ **[** সর্বপ্রথম শ্রেণির নিম্নসীমা L ও সর্বশেষ শ্রেণির ঊর্ধ্বসীমা H **]**
4. **চতুর্থক ব্যবধান (Q.D)**
   $= \frac{(Q_2 - Q_1) + (Q_3 - Q_2)}{2} = \frac{Q_3 - Q_1}{2}$ **[** প্রথম **চতুর্থক** Q_1 ও তৃতীয় **চতুর্থক** Q_3 **]**
5. **চতুর্থক ব্যবধানাঙ্ক (CQ.D)** $= \frac{Q_3 - Q_1}{Q_3 + Q_1} \times 100\%$ **[** প্রথম **চতুর্থক** Q_1 ও তৃতীয় **চতুর্থক** Q_3 **]**
6. **গড় ব্যবধানাঙ্ক (Co.M.D)** $= \frac{M.D(x)}{\bar{x}} \times 100\%$
7. **গড় বিভেধানাঙ্ক (C.V)** $= \frac{\sigma}{\bar{x}} \times 100\%$
8. **গানিতিক গড়ঃ**

অশ্রেনিকৃত তথ্যের জন্য গানিতিক গড়	শ্রেনিকৃত তথ্যের জন্য গানিতিক গড়
(i). গানিতিক গড় $= a+\frac{\sum d}{N}\times C$ শ্রেনিব্যাপ্তি অসমান হলে, $d = x-a$ (ii). গানিতিক গড় $\bar{x}=\frac{\sum x_i}{N}$	(i). গানিতিক গড় $= a+\frac{\sum fd}{N}\times C$ শ্রেনিব্যাপ্তি সমান হলে, $d=\frac{x-a}{c}$ (ii). গানিতিক গড় $\bar{x}=\frac{\sum f_i x_i}{N}$

9. গড় ব্যবধানঃ

অশ্রেনিকৃত তথ্যের জন্য গড় ব্যাবধান	শ্রেনিকৃত তথ্যের জন্য গড় ব্যাবধান
$(i).M.D(\bar{x})=\frac{\sum_{i=1}^{n}\lvert x_i-\bar{x}\rvert}{n}$	$(i).M.D(\bar{x})=\frac{\sum_{i=1}^{n} f_i\lvert x_i-\bar{x}\rvert}{n}$
$(ii).M.D(M_e)=\frac{\sum_{i=1}^{n}\lvert x_i-M_e\rvert}{n}$	$(ii).M.D(M_e)=\frac{\sum_{i=1}^{n} f_i\lvert x_i-M_e\rvert}{n}$
$(iii).M.D(M_0)=\frac{\sum_{i=1}^{n}\lvert x_i-M_0\rvert}{n}$	$(iii).M.D(M_0)=\frac{\sum_{i=1}^{n} f_i\lvert x_i-M_0\rvert}{n}$

10. গড় ব্যবধানাঙ্কঃ

অশ্রেনিকৃত তথ্যের জন্য গড় ব্যবধানাঙ্ক
গড় হতে নির্ণীত গড় ব্যবধানাঙ্ক, $CM.D(\bar{x})=\frac{M.D(\bar{x})}{\bar{x}}\times 100\%$
মধ্যক হতে নির্ণীত গড় ব্যবধানাঙ্ক, $CMD(M_e)=\frac{MD(m_e)}{m_e}\times 100\%$
প্রচুরক হতে নির্ণীত গড় ব্যবধানাঙ্ক $CMD(M_0)=\frac{MD(m_0)}{m_0}\times 100\%$

11. পরিমিত ব্যবধানঃ

অশ্রেনিকৃত তথ্যের জন্য পরিমিত ব্যাবধান	শ্রেনিকৃত তথ্যের জন্য পরিমিত ব্যাবধান
$(i).\sigma=\sqrt{\frac{\sum(x_i-\bar{x})^2}{n}}$	$(i).\sigma=\sqrt{\frac{\sum f_i(x_i-\bar{x})^2}{N}}$
$(ii).\sigma=\sqrt{\frac{\sum x_i^2}{n}-(\frac{\sum x_i}{n})^2}$	$(ii).\sigma=\sqrt{\frac{\sum f_i x_i^2}{N}-(\frac{\sum f_i x_i}{N})^2}$
$(iii).\sigma=\sqrt{\frac{\sum d^2}{n}-(\frac{\sum d}{n})^2}$ শ্রেনিব্যাপ্তি অসমান হলে, $d=x-a$	$(iii).\sigma=\sqrt{\frac{\sum fd^2}{N}-(\frac{\sum fd}{N})^2}\times C$ $N=\sum f_i = f_1+f_2+f_3+.........+f$ শ্রেনিব্যাপ্তি সমান হলে, $d=\frac{x-a}{c}$

12. ভেদাংকঃ

অশ্রেনিকৃত তথ্যের জন্য পরিমিত ব্যাবধান	শ্রেনিকৃত তথ্যের জন্য পরিমিত ব্যাবধান
(i). ভেদাংক=(পরিমিত ব্যবধান)^2	(i). ভেদাংক=(পরিমিত ব্যবধান)^2

অনুশীলনী-10.2

সূত্রাবলীঃ

1. A এবং B ঘটনা ঘটার সম্ভাবনা যথাক্রমে $P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}$ এবং $P(B)=\frac{n(B)}{n(S)}$
2. দুইটি অবর্জনশীল ঘটনার ক্ষেত্রে সম্ভাবনার যোগ সূত্রঃ
$P(A.or.B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$
$\therefore P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$
3. দুইটি বর্জনশীল ঘটনার ক্ষেত্রে সম্ভাবনার যোগ সূত্রঃ
$P(A.or.B)=P(A)+P(B)-0$
$\therefore P(A\cup B)=P(A)+P(B)$
4. সম্ভাবনার পূরক সূত্রঃ $P(A)+P(A^C)=1$
$\therefore P(A)=1-P(A^C)$
$\therefore P(A^C)=1-P(A)$
5. দুইটি নির্ভরশীল বা অধীন ঘটনার ক্ষেত্রে সম্ভাবনার গুণন সূত্রঃ
$P(A|B)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}$
$\therefore P(A\cap B)=P(B).P(A|B)$
$\therefore P(AB)=P(B).P(A|B)$

6. দুইটি নির্ভরশীল বা অধীন ঘটনার ক্ষেত্রে সম্ভাবনার গুণন সুত্রঃ

$$P(B|A)=\frac{P(A\cap B)}{P(A)}$$

$$\therefore P(A\cap B)=P(A).P(B|A)$$

$$\therefore P(AB)=P(A).P(B|A)$$

7. দুইটি অনির্ভরশীল বা স্বাধীন ঘটনার ক্ষেত্রে সম্ভাবনার গুণন

সুত্রঃ $P(A\cap B)=P(A)\times P(B)$

$$\therefore P(AB)=P(A).P(B)$$